

О.С. Істер, О.І. Глобін, І.Є. Панкратова

# **ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ**

для державної підсумкової атестації  
з математики

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки,  
молоді та спорту України*

**11**  
клас

Київ  
Центр навчально-методичної літератури  
2012

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Посібник «Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. 11 клас» призначений для проведення державної підсумкової атестації з математики в одинадцятих класах загальноосвітніх навчальних закладів, а також перевірки знань та вмінь учнів протягом навчального року. Він містить 30 варіантів атестаційної роботи, кожний з яких складається із чотирьох частин. Ці частини відрізняються за формою тестових завдань і за рівнем їх складності. Зміст усіх завдань відповідає чинним навчальним програмам з математики: для рівня стандарту, академічного рівня, профільного рівня та рівня поглибленого вивчення математики.

*Учні загальноосвітніх класів, які вивчали математику за програмою рівня стандарту, виконують усі завдання першої та другої частин, а також два завдання з третьої частини – завдання достатнього рівня з алгебри і початків аналізу та одне із завдань високого рівня за власним вибором. Якщо учень розв'язав обидва завдання високого рівня, до підсумкового результату зараховується лише один (кращий) результат.*

*Учні, які вивчали математику за програмою академічного рівня, виконують усі завдання першої, другої та третьої частин атестаційної роботи.*

*Учні загальноосвітніх класів, які вивчали математику за програмою профільного рівня, виконують усі завдання першої, другої та третьої частин атестаційної роботи, а також два завдання з четвертої частини – одне з двох завдань з алгебри і початків аналізу за власним вибором та одне з двох завдань з геометрії за власним вибором. Якщо учень розв'язав обидва завдання з алгебри і початків аналізу, до підсумкового результату зараховується лише один (кращий) результат. Те саме стосується і завдань з геометрії.*

*Учні класів (шкіл) з поглибленим вивченням математики, які продовжували вивчення двох предметів «Алгебра і початки аналізу» та «Геометрія» за програмою поглибленого рівня, виконують усі завдання першої, другої, третьої та четвертої частин атестаційної роботи.*

Державна підсумкова атестація з математики проводиться протягом 3 академічних годин для учнів, які вивчали математику за програмою рівня стандарту та академічного рівня. Учні класів, що вивчали математику за програмою профільного рівня, виконують атестаційну роботу протягом 3,5 академічних годин, а учні класів (шкіл) з поглибленим вивченням математики – 4 академічних годин.

## Структура, зміст та оцінювання виконання завдань атестаційної роботи

У першій частині атестаційної роботи пропонується 12 завдань з вибором однієї правильної відповіді. До кожного завдання наведено чотири можливі варіанти відповіді, з яких тільки одна є правильною. Завдання з вибором однієї відповіді вважається виконаним правильно, якщо в бланку відповідей<sup>1</sup> указано тільки одну літеру – ту, якою позначено правильну відповідь. Будь-яких міркувань, що пояснюють вибір відповіді, учень наводити не повинен.

Розподіл завдань першої частини за класами, предметами та рівнями навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 1.

Кожне правильно розв'язане завдання 1.1–1.12 першої частини оцінюється одним балом. Якщо у бланку відповідей указано правильну відповідь, то за виконання цього завдання

Таблиця 1

Номер завдання	Відповідність завдання класу навчання	Предмет	Відповідність завдання рівню навчальних досягнень учнів	Примітка
1.1	5–6 кл.	математика	початковий або середній	Два із завдань 1.1–1.4 – початкового рівня, а два інші – середнього
1.2	7 кл.	алгебра	початковий або середній	
1.3	8 кл.	алгебра	початковий або середній	
1.4	9 кл.	алгебра	початковий або середній	
1.5	10–11 кл.	математика, алгебра і початки аналізу	початковий	
1.6	10–11 кл.	математика, алгебра і початки аналізу	середній	
1.7	10–11 кл.	математика, алгебра і початки аналізу	початковий	
1.8	10–11 кл.	математика, алгебра і початки аналізу	середній	
1.9	7–9 кл.	геометрія	початковий	
1.10	7–9 кл.	геометрія	середній	
1.11	10–11 кл.	математика, геометрія	початковий	
1.12	10–11 кл.	математика, геометрія	середній	

<sup>1</sup> Зразок бланка відповідей наведено в кінці збірника.

нараховується 1 бал, якщо ж указана учнем відповідь є неправильною, то виконання завдання оцінюється у 0 балів.

*Друга частина* атестаційної роботи складається із 4 завдань *відкритої форми з короткою відповіддю*. Завдання цієї частини вважається виконаним правильно, якщо в бланку відповідей записано тільки правильну відповідь (наприклад, число, вираз, корені рівняння тощо). Усі необхідні обчислення, перетворення тощо учні виконують на чернетках.

Розподіл завдань другої частини за класами, предметами та рівнями навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 2.

Таблиця 2

Номер завдання	Відповідність завдання класу навчання	Предмет	Відповідність завдання рівню навчальних досягнень учнів
2.1	10–11 кл.	математика, алгебра і початки аналізу	достатній
2.2	10–11 кл.	математика, алгебра і початки аналізу	достатній
2.3	10–11 кл.	математика, алгебра і початки аналізу	достатній
2.4	10–11 кл.	математика, геометрія	достатній

Правильне розв'язання кожного із завдань 2.1–2.4 оцінюється двома балами: якщо у бланку відповідей указано правильну відповідь до завдання, то за це нараховується 2 бали, якщо ж указана учнем відповідь є неправильною, то бали за таке завдання не нараховуються. Часткове виконання завдання другої частини (наприклад, якщо учень правильно знайшов один з двох коренів рівняння або розв'язків системи рівнянь) оцінюється 1 балом.

*Якщо учень вважає за потрібне внести зміни в уже записану в бланк відповідь до якогось із завдань першої чи другої частини, то він має це зробити тільки у спеціально відведеній для цього частині бланка. Таке виправлення не веде до втрати балів. Якщо ж виправлення зроблено в основній частині бланка відповідей, то бали за таке завдання не нараховуються.*

*Третя та четверта частини* атестаційної роботи складаються із завдань *відкритої форми з розгорнутою відповіддю*. Такі завдання вважаються виконаними правильно, якщо

учень навів розгорнутий запис розв'язування з обґрунтуванням кожного його етапу та дав правильну відповідь. Завдання третьої та четвертої частин атестаційної роботи учні виконують на аркушах зі штампом відповідного загальноосвітнього навчального закладу. Формулювання завдань третьої та четвертої частин учні не переписують, а вказують тільки номер завдання.

Третя частина атестаційної роботи містить три завдання, четверта частина – чотири. Розподіл завдань третьої та четвертої частин за класами, предметами та рівнями навчальних досягнень учнів наведено у таблицях 3 і 4.

Таблиця 3

Номер завдання	Відповідність завдання класу навчання	Предмет	Відповідність завдання рівню навчальних досягнень учнів
3.1	10–11 кл.	математика, алгебра і початки аналізу	достатній
3.2	10–11 кл.	математика, алгебра і початки аналізу	високий
3.3	10–11 кл.	математика, геометрія	високий

Таблиця 4

Номер завдання	Відповідність завдання класу навчання	Предмет	Відповідність завдання рівню навчальних досягнень учнів	Примітка
4.1 <sup>М</sup>	10–11 кл.	алгебра і початки аналізу	високий	Завдання 4.1 <sup>М</sup> –4.4 <sup>М</sup> відповідають програмі класів з поглибленим вивченням математики
4.2 <sup>М</sup>	10–11 кл.	алгебра і початки аналізу	високий	
4.3 <sup>М</sup>	7–9 кл.	геометрія	високий	
4.4 <sup>М</sup>	10–11 кл.	геометрія	високий	

Правильне розв'язання завдання 3.1 оцінюється чотирма балами, а кожне із завдань 3.2, 3.3, 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> – шістьма балами.

Оцінювання в балах виконання завдань третьої та четвертої частин атестаційної роботи здійснюється за критеріями, наведеними у таблиці 5.

Таблиця 5

Що виконав учень	Відповідна кількість балів за завдання	
	Максимальний бал – 6	Максимальний бал – 4
Отримав правильну відповідь і навів повне її обґрунтування	6 балів	4 бали
Отримав правильну відповідь, але вона недостатньо обґрунтована або розв'язання містить незначні недоліки	5 балів	3 бали
Отримав відповідь, записав правильний хід розв'язування завдання, але в процесі розв'язування допустив помилку обчислювального або логічного (при обґрунтуванні) характеру	4 бали	
Суттєво наблизився до правильного кінцевого результату або в результаті знайшов лише частину правильної відповіді	3 бали	2 бали
Розпочав розв'язувати завдання правильно, але в процесі розв'язування припустився помилки у застосуванні необхідного твердження чи формули	2 бали	1 бал
Лише розпочав правильно розв'язувати завдання або розпочав хибним шляхом, але в подальшому окремі етапи розв'язування виконав правильно (виконав тотожні перетворення, розв'язав рівняння тощо)	1 бал	
Розв'язання не відповідає жодному з наведених вище критеріїв	0 балів	0 балів

**Примітка.** У випадку, коли учні загальноосвітніх класів, які вивчали математику за програмою профільного рівня, а також учні класів з поглибленим вивченням математики правильно розв'язали стереометричні задачі 3.3 і 4.4<sup>М</sup> і навели повне обґрунтування розв'язання однієї з них, а до другої задачі правильно записали хід розв'язування з частковим обґрунтуванням його кроків, то обидві задачі оцінюються у 6 балів.

Виправлення і закреслення в оформленні розв'язання завдань третьої та четвертої частин, якщо вони зроблені акуратно, не є підставою для зниження оцінки.

Наведені критерії мають бути відомі учням.

### **Переведення оцінки в балах в оцінку за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів**

Сума балів, нарахованих за виконані учнем завдання, переводиться в оцінку за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів за спеціальною шкалою.

Для учнів класів, які вивчали математику на рівні стандарту, максимально можлива сума балів за атестаційну роботу становить 30 (див. табл. 6). Відповідність кількості набраних учнем балів оцінці за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 7.

Таблиця 6

Номери завдань	Кількість балів	Усього
1.1–1.12	по 1 балу	12 балів
2.1–2.4	по 2 бали	8 балів
3.1	4 бали	4 бали
Одне із завдань 3.2,3.3	6 балів	6 балів
Сума балів		30 балів

Таблиця 7

Кількість набраних балів	Оцінка за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів
0–2	1
3–4	2
5–6	3
7–8	4
9–10	5
11–12	6
13–16	7
17–20	8
21–23	9
24–26	10
27–28	11
29–30	12

Для учнів класів, які вивчали математику на академічному рівні, максимально можлива сума балів за атестаційну роботу становить 36 (див. табл. 8). Відповідність кількості набраних учнем балів оцінці за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 9.

Таблиця 8

Номери завдань	Кількість балів	Усього
1.1–1.12	по 1 балу	12 балів
2.1–2.4	по 2 бали	8 балів
3.1	4 бали	4 бали
3.2,3.3	по 6 балів	12 балів
Сума балів		36 балів

Таблиця 9

Кількість набраних балів	Оцінка за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів
0–2	1
3–4	2
5–6	3
7–8	4
9–10	5
11–12	6
13–16	7
17–20	8
21–24	9
25–28	10
29–32	11
33–36	12

Для учнів, які вивчали математику на профільному рівні, максимально можлива сума балів за атестаційну роботу становить 48 (див. табл. 10). Відповідність кількості набраних учнем балів оцінці за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 11.

Таблиця 10

Номери завдань	Кількість балів	Усього
1.1–1.12	по 1 балу	12 балів
2.1–2.4	по 2 бали	8 балів
3.1	4 бали	4 бали
3.2, 3.3	по 6 балів	12 балів
Одне із завдань 4.1 <sup>М</sup> , 4.2 <sup>М</sup>	6 балів	6 балів
Одне із завдань 4.3 <sup>М</sup> , 4.4 <sup>М</sup>	6 балів	6 балів
Сума балів		48 балів

Таблиця 11

Кількість набраних балів	Оцінка за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів
0–3	1
4–6	2
7–9	3
10–12	4
13–15	5
16–18	6
19–23	7
24–28	8
29–33	9
34–38	10
39–43	11
44–48	12

Для учнів класів з поглибленим вивченням математики максимально можлива сума балів за атестаційну роботу становить 60 (див. табл. 12). Відповідність кількості набраних учнем балів оцінці за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 13.

Таблиця 12

Номери завдань	Кількість балів	Усього
1.1–1.12	по 1 балу	12 балів
2.1–2.4	по 2 бали	8 балів
3.1	4 бали	4 бали
3.2, 3.3	по 6 балів	12 балів
4.1 <sup>М</sup> –4.4 <sup>М</sup>	по 6 балів	24 бали
Сума балів		60 балів

Таблиця 13

Кількість набраних балів	Оцінка за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів
0–4	1
5–8	2
9–12	3
13–16	4
17–20	5
21–24	6
25–30	7
31–36	8
37–42	9
43–48	10
49–54	11
55–60	12



## Зразок виконання тестових завдань і заповнення бланка відповідей

Зразок виконання завдань атестаційної роботи і заповнення бланка відповідей для першої та другої частин розглянемо на прикладі одного з варіантів.

### Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть  $0,12 + 1,2$ .

- А) 1,14;      Б) 1,122;      В) 1,32;      Г) 0,24.

*Відповідь. В).*

1.2. Спростіть вираз  $-\frac{1}{3}a^2b \cdot 0,9ab^7$ .

- А)  $-0,3a^3b^8$ ;      Б)  $0,3a^3b^8$ ;      В)  $-0,3(ab)^{11}$ ;      Г)  $-\frac{1}{30}a^3b^8$ .

Розв'язання.  $-\frac{1}{3}a^2b \cdot 0,9ab^7 = -\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{10}a^2abb^7 = -0,3a^3b^8$ .

*Відповідь. А).*

1.3. Чому дорівнює дискримінант квадратного рівняння  $x^2 + 2x - 3 = 0$ ?

- А) -8;      Б) 16;      В) 14;      Г) -10.

Розв'язання.  $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16$ .

*Відповідь. Б).*

1.4. Відомо, що  $a > b$  і  $b > 0$ . Яка з нерівностей правильна?

- А)  $a < 0$ ;      Б)  $-a > -b$ ;      В)  $\frac{a}{b} < 0$ ;      Г)  $-2a < -2b$ .

*Відповідь. Г).*

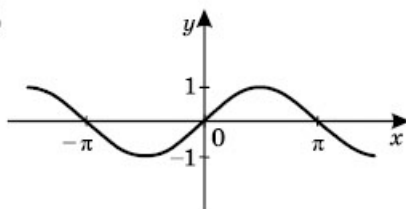
1.5. Яка з функцій показникова?

- А)  $y = x^2$ ;      Б)  $y = 2^x$ ;      В)  $y = (-2)^x$ ;      Г)  $y = 0^x$ .

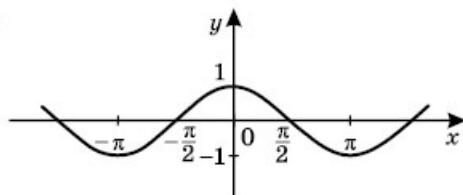
*Відповідь. Б).*

1.6. На якому з рисунків зображено графік функції  $y = \sin(\pi - x)$ ?

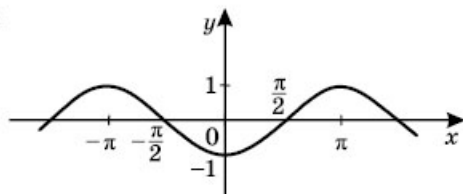
А)



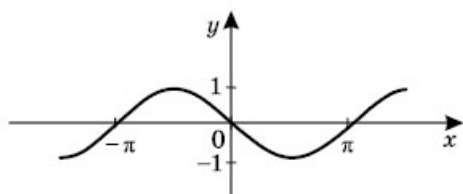
Б)



В)



Г)



Розв'язання. Оскільки  $\sin(\pi - x) = \sin x$  для будь-якого значення  $x$ , то маємо функцію  $y = \sin x$ . Її графік зображено на рисунку А).

Відповідь. А).

1.7. Яка з функцій є первісною для функції  $f(x) = 2x$ ?

А)  $F(x) = 2$ ; Б)  $F(x) = 2 + x$ ; В)  $F(x) = x^2 + 7$ ; Г)  $F(x) = 2x$ .

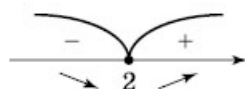
Розв'язання. Оскільки  $(x^2 + 7)' = 2x$ , то  $F(x) = x^2 + 7$  є первісною для функції  $f(x) = 2x$ .

Відповідь. В).

1.8. Знайдіть проміжок зростання функції  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ .

А)  $(-\infty; -2]$ ; Б)  $[-2; +\infty)$ ; В)  $[2; +\infty)$ ; Г)  $(-\infty; 2]$ .

Розв'язання.  $f'(x) = 2x - 4$ ;  $f'(x) = 0$ , коли  $x = 2$ . Функція зростає на проміжку  $[2; +\infty)$ .



Відповідь. В).

1.9. Сума трьох сторін ромба дорівнює 12 см. Знайдіть його периметр.

А) 12 см; Б) 16 см; В) 24 см; Г) 48 см.

Розв'язання. Сторона ромба  $a = 12 : 3 = 4$  (см), його периметр  $P = 4a = 4 \cdot 4 = 16$  (см).

Відповідь. Б).

1.10. У  $\triangle ABC$   $\angle C = 90^\circ$ ;  $\sin \angle B = \frac{3}{5}$ ;  $AC = 15$  см. Знайдіть  $AB$ .

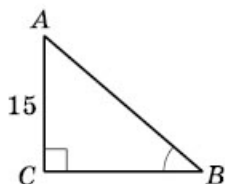
А) 9 см;      Б) 16 см;      В) 20 см;      Г) 25 см.

Розв'язання.

$$\sin \angle B = \frac{AC}{AB};$$

$$AB = \frac{AC}{\sin \angle B} = 15 : \frac{3}{5} = \frac{15 \cdot 5}{3} = 25 \text{ (см)}.$$

Відповідь. Г).



1.11. Радіус основи конуса дорівнює 4 см, а твірна – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.

А)  $20 \text{ см}^2$ ;      Б)  $20\pi \text{ см}^2$ ;      В)  $12\pi \text{ см}^2$ ;      Г)  $15\pi \text{ см}^2$ .

Розв'язання.

$$r = 4 \text{ см}; l = 5 \text{ см}; S_{\text{біч}} = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot 4 \cdot 5 = 20\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

Відповідь. Б).

1.12. Порівняйте довжини відрізків  $AC$  і  $BC$ , якщо  $A(-2; 3; 4)$ ,  $B(0; 4; -1)$ ,  $C(5; 4; 4)$ .

А)  $AC > BC$ ;      В)  $AC = BC$ ;

Б)  $AC < BC$ ;      Г) порівняти неможливо.

Розв'язання.

$$AC = \sqrt{(5+2)^2 + (4-3)^2 + (4-4)^2} = \sqrt{7^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{50};$$

$$BC = \sqrt{(5-0)^2 + (4-4)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{5^2 + 0^2 + 5^2} = \sqrt{50}.$$

Отже,  $AC = BC$ .

Відповідь. В).

### Оформлення бланка відповідей першої частини

	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
1.1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.5	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.9	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.2	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.6	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
1.3	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.11	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1.8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Обчисліть  $\log_8 \cos \frac{\pi}{3}$ .

Розв'язання.

$$\log_8 \cos \frac{\pi}{3} = \log_8 \frac{1}{2} = \log_{2^3} 2^{-1} = -\frac{1}{3} \log_2 2 = -\frac{1}{3}.$$

Відповідь.  $-\frac{1}{3}$ .

2.2. Скільки різних чотирицифрових чисел можна скласти з цифр 0; 1; 2; 3, якщо цифри у числі не повторюються?

Розв'язання. З даних чотирьох цифр можна утворити  $P_4 = 4!$  чотирицифрових записів. Але оскільки серед цифр є нуль, то треба виключити записи, які починаються з нього, тобто  $P_3$  записів. Отже, можна отримати  $P_4 - P_3 = 24 - 6 = 18$  чисел.

Відповідь. 18.

2.3. Знайдіть площу фігури, обмежену лініями  $y = x^2 - 2x$  і  $y = 4 + x$ .

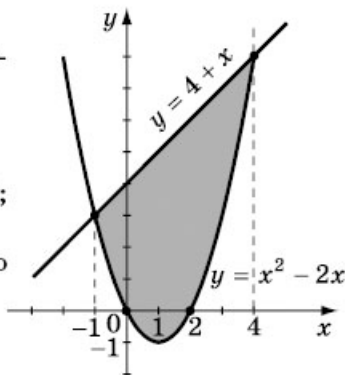
Розв'язання.

Знайдемо абсциси точок перетину графіків функцій:

$$\begin{aligned} x^2 - 2x &= 4 + x; & x^2 - 3x - 4 &= 0; \\ x_1 &= -1; & x_2 &= 4. \end{aligned}$$

Ординати точок перетину  $y_1 = 3$ ;  $y_2 = 8$ .

Зображуємо графіки схематично (див. рис.).



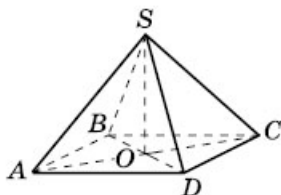
Шукана площа дорівнює

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^4 ((4+x) - (x^2 - 2x)) dx = \int_{-1}^4 (4 + 3x - x^2) dx = \\ &= \left( 4x + 3 \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^4 = \left( 4 \cdot 4 + 3 \cdot \frac{4^2}{2} - \frac{4^3}{3} \right) - \\ &- \left( 4 \cdot (-1) + 3 \cdot \frac{(-1)^2}{2} - \frac{(-1)^3}{3} \right) = 18 \frac{2}{3} + 2 \frac{1}{6} = 20 \frac{5}{6}. \end{aligned}$$

Відповідь.  $20 \frac{5}{6}$ .

- 2.4. Основою піраміди є прямокутник з більшою стороною  $9\sqrt{3}$  см і кутом  $60^\circ$ , який утворює діагональ основи з меншою стороною. Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 15 см. Знайдіть об'єм піраміди.

Розв'язання.



На рисунку основою піраміди є прямокутник  $ABCD$ ;  $AD = 9\sqrt{3}$  см;  $\angle ACD = 60^\circ$ , точка  $O$  – основа висоти.

$$\text{У } \triangle ACD (\angle D = 90^\circ): CD = \frac{AD}{\operatorname{tg} 60^\circ} = \frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 9 \text{ (см)}.$$

$$S_{ABCD} = AD \cdot DC = 9 \cdot 9\sqrt{3} = 81\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}.$$

Оскільки  $SA = SB = SC = SD$ , то  $\triangle SOA = \triangle SOB = \triangle SOC = \triangle SOD$  (за катетом і гіпотенузою), тому  $AO = BO = CO = DO$ . Точка  $O$  рівновіддалена від вершин прямокутника  $ABCD$  і належить площині основи, а тому є центром описаного навколо цього прямокутника кола (точкою перетину діагоналей прямокутника).

$$\text{У } \triangle ADC: AC = \sqrt{(9\sqrt{3})^2 + 9^2} = 18 \text{ (см)}.$$

$$OC = \frac{AC}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ (см)}.$$

$$\text{У } \triangle SOC: SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 \text{ (см)}.$$

Тоді об'єм піраміди

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 81\sqrt{3} \cdot 12 = 324\sqrt{3} \text{ (см}^3\text{)}.$$

Відповідь.  $324\sqrt{3}$  см<sup>3</sup>.

Оформлення бланка відповідей другої частини

2.1	$-\frac{1}{3}$
2.2	18

2.3	$20\frac{5}{6}$
2.4	$324\sqrt{3}$ см <sup>3</sup>

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть рівняння  $3 \cdot 4^{2x} - 2 \cdot 4^{2x-1} + 5 \cdot 4^{2x-2} = 45$ .

Розв'язання. Розв'яжемо рівняння методом рівносильних перетворень:

$$\begin{aligned} 3 \cdot 4^{2x} - 2 \cdot 4^{2x-1} + 5 \cdot 4^{2x-2} &= 45; \\ 3 \cdot 4^{2x} - 2 \cdot 4^{2x} \cdot 4^{-1} + 5 \cdot 4^{2x} \cdot 4^{-2} &= 45; \\ 4^{2x} \left( 3 - 2 \cdot \frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{1}{16} \right) &= 45; \\ 4^{2x} \cdot \frac{45}{16} &= 45; \\ 4^{2x} &= 16; \\ 4^{2x} &= 4^2; \\ 2x &= 2; \\ x &= 1. \end{aligned}$$

Відповідь.  $x = 1$ .

3.2. Спростіть вираз  $\frac{(\cos \alpha - \cos 3\alpha)(\sin \alpha + \sin 3\alpha)}{1 - \cos 4\alpha}$ .

Розв'язання.

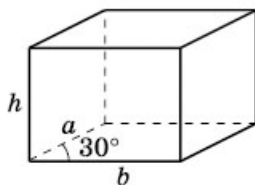
$$\begin{aligned} &\frac{(\cos \alpha - \cos 3\alpha)(\sin \alpha + \sin 3\alpha)}{1 - \cos 4\alpha} = \\ &= \frac{2 \sin \frac{3\alpha - \alpha}{2} \sin \frac{3\alpha + \alpha}{2} \cdot 2 \sin \frac{\alpha + 3\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha - \alpha}{2}}{2 \sin^2 2\alpha} = \\ &= \frac{2 \sin \alpha \sin 2\alpha \cdot \sin 2\alpha \cos \alpha}{\sin^2 2\alpha}. \end{aligned}$$

Виконаємо скорочення дробу на  $\sin^2 2\alpha$  за умови, що  $\sin 2\alpha \neq 0$ , тобто  $\alpha \neq \frac{\pi n}{2}$ , де  $n \in \mathbb{Z}$ . Маємо  $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$ .

Відповідь.  $\sin 2\alpha$ .

3.3. Основою прямого паралелепіпеда є паралелограм з гострим кутом  $30^\circ$  і площею  $15 \text{ см}^2$ . Площі бічних граней паралелепіпеда дорівнюють  $20 \text{ см}^2$  і  $24 \text{ см}^2$ . Знайдіть висоту паралелепіпеда.

Розв'язання.



Нехай сторони основ паралелепіпеда дорівнюють  $a$  і  $b$ , а висота  $h$ .

За умовою  $S_{\text{осн}} = ab \sin 30^\circ = 15$ , тобто  $\frac{1}{2} ab = 15$ ;  $ab = 30$ .

Бічні грані паралелепіпеда – прямокутники із сторонами  $a$  та  $h$  і  $b$  та  $h$ . Тому за умовою  $ah = 20$ ;  $bh = 24$ . Маємо систему рівнянь

$$\begin{cases} ab = 30, \\ ah = 20, \\ bh = 24. \end{cases}$$

Почленно перемножимо ліві і праві частини рівнянь системи:

$$a^2 b^2 h^2 = 30 \cdot 20 \cdot 24 = 3 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4;$$

$$(abh)^2 = (10 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2)^2;$$

$$abh = 120 \text{ (враховуючи, що } a > 0, b > 0, h > 0\text{)}.$$

Оскільки  $ab = 30$ , маємо:

$$30h = 120, h = 4.$$

Відповідь. 4 см.

### Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>м</sup>– 4.4<sup>м</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>м</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть рівняння

$$\cos x + \sin x = \frac{a}{\cos x}.$$

Розв'язання. ОДЗ:  $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ . На ОДЗ вихідне

рівняння рівносильне рівнянню:

$$\cos^2 x + \sin x \cos x = a;$$

$$\cos^2 x + \sin x \cos x = a(\sin^2 x + \cos^2 x);$$

$$a \sin^2 x - \sin x \cos x + (a - 1) \cos^2 x = 0. \quad (1)$$

1) Якщо  $a = 0$ , то з вихідного рівняння маємо:

$$\cos x + \sin x = 0; \operatorname{tg} x = -1; x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

2) Якщо  $a \neq 0$ , то маємо однорідне тригонометричне рівняння (1). Розділимо обидві частини цього рівняння на  $\cos^2 x \neq 0$ . Одержимо:  $a \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x + (a - 1) = 0$ .

Заміна  $\operatorname{tg} x = t$  приводить до рівняння  $at^2 - t + (a - 1) = 0$ .

$$D = 1 - 4a(a - 1) = 1 + 4a - 4a^2.$$

$$D \geq 0, \text{ коли } \frac{1 - \sqrt{2}}{2} \leq a \leq \frac{1 + \sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{У цьому випадку } t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4a - 4a^2}}{2a}.$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4a - 4a^2}}{2a};$$

$$x = \operatorname{arctg} \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4a - 4a^2}}{2a} + \pi m, m \in \mathbb{Z}.$$

Якщо  $a < \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$  або  $a > \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ , то рівняння розв'язків не має.

*Відповідь.* Якщо  $a = 0$ , то  $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ ;

якщо  $\frac{1 - \sqrt{2}}{2} \leq a \leq \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ , то  $x = \operatorname{arctg} \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4a - 4a^2}}{2a} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$ ;

якщо  $a < \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$  або  $a > \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ , то рівняння розв'язків не має.

4.2<sup>м</sup>. Розв'яжіть рівняння  $2^x + 2^{-x} = 1 + \cos 5x$ .

Розв'язання. Оскільки  $2^x > 0$  і  $2^{-x} > 0$ , то за нерівністю Коші  $\frac{2^x + 2^{-x}}{2} \geq \sqrt{2^x \cdot 2^{-x}}$ ;  $2^x + 2^{-x} \geq 2$ .

Розглянемо функцію  $y = \cos 5x$ . Область значень цієї функції  $E(\cos 5x) = [-1; 1]$ . Тоді  $E(1 + \cos 5x) = [0; 2]$ .

$E(2^x + 2^{-x}) \cap E(1 + \cos 5x) = \{2\}$ . Отже, коренем рівняння може бути лише те значення  $x$ , для якого значення лівої та правої частин рівняння дорівнюють 2.

$2^x + 2^{-x} = 2$  тільки коли  $x = 0$ . Але при  $x = 0$  маємо  $1 + \cos 5x = 2$ .

Отже,  $x = 0$  – єдиний корінь вихідного рівняння.

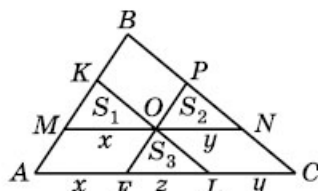
*Відповідь.*  $x = 0$ .



4.3<sup>м</sup>. Через деяку точку всередині трикутника паралельно його сторонам проведено три прямі. Ці прямі ділять трикутник на шість частин, три з яких – трикутники. Площі цих трикутників дорівнюють  $S_1, S_2$  і  $S_3$ . Знайдіть площу даного трикутника.

Розв'язання. Позначимо довжини відрізків  $AF = x$ ,  $LC = y$ ,  $FL = z$ .

З паралельності прямих  $MN$ ,  $FP$  і  $KL$  відповідним сторонам  $\triangle ABC$  випливає, що кожний з отриманих трикутників  $MKO$ ,  $OPN$ ,  $FOL$  подібний трикутнику  $ABC$  (за двома кутами).



Якщо шукану площу трикутника  $ABC$  позначити через  $S$ , то за властивістю площ подібних трикутників можна записати такі три рівності:

$$\frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}} = \frac{x}{x+y+z}; \quad \frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}} = \frac{y}{x+y+z}; \quad \frac{\sqrt{S_3}}{\sqrt{S}} = \frac{z}{x+y+z}.$$

Додавши почленно ці три рівності, отримаємо:

$$\frac{\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3}}{\sqrt{S}} = \frac{x+y+z}{x+y+z}, \quad \frac{\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3}}{\sqrt{S}} = 1.$$

Звідси маємо  $\sqrt{S} = \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3}$ ,  $S = (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})^2$ .

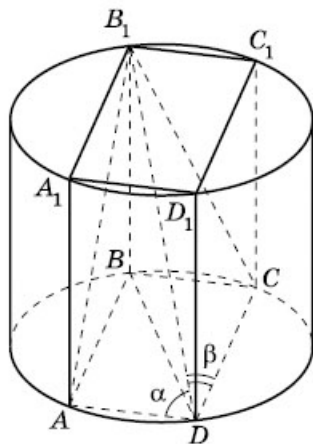
Відповідь.  $(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})^2$ .

4.4<sup>м</sup>. У циліндр вписано прямокутний паралелепіпед, діагональ якого утворює з прилеглими до неї сторонами основи кути  $\alpha$  і  $\beta$ . Знайдіть відношення об'єму паралелепіпеда до об'єму циліндра.

Розв'язання. Оскільки циліндр і паралелепіпед мають однакові висоти, то шукане відношення об'ємів дорівнює відношенню площ основ.

Позначимо радіус основи циліндра  $R$ . Тоді:

$$\frac{V_{\text{пар}}}{V_{\text{цил}}} = \frac{S_{ABCD}}{\pi R^2} = \frac{AD \cdot DC}{\pi R^2}.$$



Оскільки  $BA \perp AD$  і  $BA$  є проекцією  $B_1A$  на площину основи паралелепіпеда, то, за теоремою про три перпендикуляри,  $B_1A \perp AD$ .

Кут  $\angle ADB_1$  – це кут, який утворює діагональ  $B_1D$  зі стороною основи паралелепіпеда  $AD$  і, за умовою,  $\angle ADB_1 = \alpha$ . Позначимо  $B_1D = d$ .

З  $\triangle B_1AD$  ( $\angle A = 90^\circ$ ,  $\angle ADB_1 = \alpha$ ,  $B_1D = d$ ) знаходимо  $AD = d \cos \alpha$ .

Аналогічно з  $\triangle B_1DC$  знаходимо  $DC = d \cos \beta$ .

$$S_{ABCD} = AD \cdot DC = d^2 \cos \alpha \cos \beta.$$

З  $\triangle ABD$  ( $\angle A = 90^\circ$ ), за теоремою Піфагора, знаходимо

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = d \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta}.$$

Враховуючи, що  $BD = 2R$ , маємо  $R = \frac{d}{2} \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta}$ .

Таким чином, шукане відношення:

$$\frac{V_{\text{пар}}}{V_{\text{цил}}} = \frac{d^2 \cos \alpha \cos \beta}{\pi \frac{d^2}{4} (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta)} = \frac{4 \cos \alpha \cos \beta}{\pi (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta)}.$$

Відповідь,  $\frac{4 \cos \alpha \cos \beta}{\pi (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta)}$ .

## РОЗДІЛ I

## ВАРІАНТ 1

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть  $9 \cdot (7 + 5 \cdot 2)$ .

А) 153;    Б) 216;    В) 73;    Г) 26.

1.2. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} x + 2y = 7, \\ x - 2y = -1. \end{cases}$

А) (2; 3);    Б) (4; 1,5);    В) (3; 2);    Г) (3; 5).

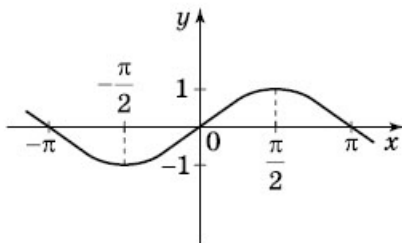
1.3. Спростіть  $b^{30} : b^5$ .

А)  $b^6$ ;    Б)  $b^{25}$ ;    В)  $b^{35}$ ;    Г)  $b^{150}$ .

1.4.  $(b_n)$  – геометрична прогресія,  $b_1 = 16$ ,  $q = -\frac{1}{2}$ . Знайдіть  $b_6$ .

А)  $\frac{1}{2}$ ;    Б)  $-\frac{1}{2}$ ;    В)  $-1$ ;    Г) 1.

1.5. Графік якої із запропонованих функцій зображено на рисунку?



А)  $y = \sin x$ ;    Б)  $y = \cos x$ ;    В)  $y = \operatorname{tg} x$ ;    Г)  $y = \operatorname{ctg} x$ .

1.6. Розв'яжіть нерівність  $\log_3(x + 1) \geq \log_3(3 - x)$ .

А)  $[1; +\infty)$ ;    Б)  $[1; 3]$ ;    В)  $[1; 3)$ ;    Г)  $(3; +\infty)$ .

1.7. Знайдіть похідну функції  $y = 5 - \sin x$ .

А)  $5 - \cos x$ ;    Б)  $5x + \cos x$ ;    В)  $5x - \cos x$ ;    Г)  $-\cos x$ .

1.8. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями  $y = \cos x$ ;  $y = 0$ ;  $x = 0$ ;  $x = \frac{\pi}{6}$ .

А)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;    Б)  $\frac{1}{2}$ ;    В)  $1\frac{1}{2}$ ;    Г)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- 1.9. Точка  $K$  належить відрізку  $AB = 8$  см;  $AK = 2$  см. Знайдіть довжину відрізка  $BK$ .  
 А) 10 см; Б) 6 см; В) 4 см; Г) 2 см.
- 1.10. Обчисліть суму внутрішніх кутів опуклого десятикутника.  
 А)  $1800^\circ$ ; Б)  $1620^\circ$ ; В)  $1440^\circ$ ; Г)  $1260^\circ$ .
- 1.11. Знайдіть об'єм правильної чотирикутної призми, сторона основи якої дорівнює 3 см, а висота – 7 см.  
 А)  $84$  см<sup>3</sup>; Б)  $21$  см<sup>3</sup>; В)  $189$  см<sup>3</sup>; Г)  $63$  см<sup>3</sup>.
- 1.12. Пряма  $a$  паралельна площині  $\beta$ , а пряма  $b$  належить площині  $\beta$ . Як можуть бути розташовані прямі  $a$  і  $b$ ? Виберіть правильне твердження.  
 А) прямі  $a$  і  $b$  можуть бути паралельними, не можуть бути мимобіжними або перетинатися;  
 Б) прямі  $a$  і  $b$  можуть бути мимобіжними, не можуть бути паралельними або перетинатися;  
 В) прямі  $a$  і  $b$  можуть перетинатися, не можуть бути паралельними або мимобіжними;  
 Г) прямі  $a$  і  $b$  можуть бути паралельними або мимобіжними, не можуть перетинатися.

## Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння  $4^x + 2^{x+1} = 80$ .
- 2.2. У ящику лежить 12 білих кульок і кілька чорних. Скільки чорних кульок у ящику, якщо ймовірність витягнути навмання чорну кульку дорівнює  $\frac{2}{5}$ ?
- 2.3. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{x} + 2\sqrt[4]{x} - 8 = 0$ .
- 2.4. Вершини квадрата зі стороною 8 см належать сфері. Знайдіть площу сфери, якщо відстань від центра сфери до площини квадрата дорівнює 2 см.

## ВАРІАНТ 2

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Тракторист зорав 8 га, що становить 40 % поля. Знайдіть площу поля.  
 А) 5 га;    Б) 20 га;    В) 200 га;    Г) 32 га.
- 1.2. Розкладіть на множники многочлен  $x^2 - 25$ .  
 А)  $(x - 5)(x - 5)$ ;    В)  $(x + 5)(x + 5)$ ;  
 Б)  $(x - 5)(x + 5)$ ;    Г)  $(x - 25)(x + 25)$ .
- 1.3. Обчисліть  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{0,12}$ .  
 А)  $-0,2$ ;    Б)  $0,2$ ;    В)  $0,1$ ;    Г)  $-0,1$ .
- 1.4. Якщо  $a = 10 \pm 0,4$ , то абсолютна похибка не перевищує числа...  
 А)  $0,4$ ;    Б)  $10$ ;    В)  $10,4$ ;    Г)  $9,6$ .
- 1.5. Знайдіть область визначення функції  $y = \sqrt[10]{x}$ .  
 А)  $[10; +\infty)$ ;    Б)  $(-\infty; +\infty)$ ;    В)  $[0; +\infty)$ ;    Г)  $(-\infty; 0]$ .
- 1.6. Розв'яжіть рівняння  $\sin 2x = 1$ .  
 А)  $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;    В)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;  
 Б)  $\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;    Г)  $(-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .
- 1.7. Скільки трицифрових чисел можна записати за допомогою цифр 4, 5 і 6, якщо цифри у числі не повторюються?  
 А) 4;    Б) 6;    В) 8;    Г) 12.
- 1.8. Дано  $f(x) = \cos x - \sin x$ . Знайдіть  $f'(\pi)$ .  
 А)  $-1$ ;    Б)  $0$ ;    В)  $1$ ;    Г)  $2$ .
- 1.9. Знайдіть координати вектора  $\overline{AB}$ , якщо  $A(-3; 2)$ ,  $B(4; 3)$ .  
 А)  $\overline{AB}(7; 1)$ ;    Б)  $\overline{AB}(-7; -1)$ ;    В)  $\overline{AB}(1; 5)$ ;    Г)  $\overline{AB}(-12; 6)$ .
- 1.10. Знайдіть площу прямокутника, діагональ якого дорівнює 10 см, а кут між діагоналями  $60^\circ$ .  
 А)  $25 \text{ см}^2$ ;    Б)  $25\sqrt{3} \text{ см}^2$ ;    В)  $50 \text{ см}^2$ ;    Г)  $50\sqrt{3} \text{ см}^2$ .

1.11. Скільки всіх ребер має дванадцятикутна піраміда?

- А) 12;      Б) 24;      В) 36;      Г) 48.

1.12. Площини квадратів  $ABCD$  і  $ABKL$  перпендикулярні,  $AB = 2$  см. Знайдіть відстань між точками  $K$  і  $D$ .

- А)  $2\sqrt{2}$  см;      Б)  $2\sqrt{3}$  см;      В) 4 см;      Г)  $4\sqrt{3}$  см.

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Дослідіть функцію  $f(x) = (x - 1)^2 + (x + 1)^2$  на парність.

2.2. Розв'яжіть рівняння  $2\log_3(x - 1) = \log_3(4x + 1)$ .

2.3. Знайдіть невизначений інтеграл  $\int \left( e^{\frac{1}{4}x-1} - \frac{1}{\cos^2 2x} \right) dx$ .

2.4. Через вершину конуса проведено площину під кутом  $45^\circ$  до площини основи. Ця площина перетинає основу по хорді завдовжки  $12\sqrt{3}$  см, яку видно з центра основи під кутом  $120^\circ$ . Знайдіть об'єм конуса.

## ВАРІАНТ 3

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть  $4,2 - 3,8$ .

- А) 0,6;      Б) 0,4;      В) 1,4;      Г) 1,6.

1.2. Подайте вираз  $(x + 4)(2x - 1)$  у вигляді многочлена.

- А)  $2x^2 + 7x - 4$ ;      В)  $2x^2 + 9x - 4$ ;  
Б)  $2x^2 - 7x - 4$ ;      Г)  $2x^2 + 7x + 4$ .

1.3. Чому дорівнює дискримінант рівняння  $3x^2 - 4x - 7 = 0$ ?

- А) 10;      Б) -68;      В) 100;      Г) 37.

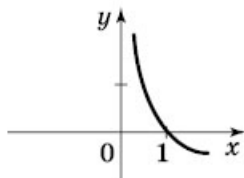
1.4. Оцініть значення виразу  $2 - 3a$ , якщо  $4 \leq a \leq 6$ .

- А)  $14 \leq 2 - 3a \leq 20$ ;      В)  $10 \leq 2 - 3a \leq 16$ ;  
Б)  $-14 \leq 2 - 3a \leq -8$ ;      Г)  $-16 \leq 2 - 3a \leq -10$ .

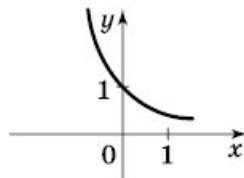
1.5. На якому з рисунків схематично зображено графік функції  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ?

цїї  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ?

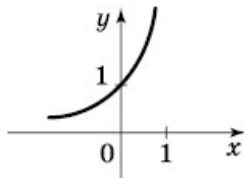
А)



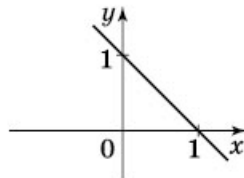
В)



Б)



Г)



1.6. Знайдіть значення виразу  $\sqrt{2} \sin 45^\circ - \sqrt{2} \cos(-45^\circ) + 3 \operatorname{tg} 45^\circ$ .

- А) 5;      Б) 3;      В) -3;      Г) 1.

1.7. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції  $f(x) = x^7$ .

А)  $F(x) = 7x^6 + C$ ;      В)  $F(x) = \frac{x^8}{8}$ ;

Б)  $F(x) = 7x^6$ ;      Г)  $F(x) = \frac{x^8}{8} + C$ .

- 1.8. Знайдіть тангенс кута нахилу до осі абсцис дотичної до графіка функції  $f(x) = x^4$  в точці з абсцисою  $-1$ .  
 А) 1;      Б)  $-4$ ;      В) 4;      Г) інша відповідь.
- 1.9. Сума довжин трьох сторін квадрата дорівнює 18 см. Знайдіть периметр квадрата.  
 А) 6 см;      Б) 12 см;      В) 18 см;      Г) 24 см.
- 1.10. Сторона ромба дорівнює 13 см, а одна з його діагоналей – 24 см. Знайдіть довжину другої діагоналі ромба.  
 А)  $\sqrt{407}$  см;      Б)  $\sqrt{313}$  см;      В) 10 см;      Г) 5 см.
- 1.11. Радіус основи циліндра дорівнює 3 см, а висота – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра.  
 А)  $15\pi$  см<sup>2</sup>;      Б)  $30\pi$  см<sup>2</sup>;      В)  $75\pi$  см<sup>2</sup>;      Г)  $45\pi$  см<sup>2</sup>.
- 1.12. Знайдіть довжину вектора  $\overline{AB}$ , якщо  $A(-1; 2; 3)$ ,  $B(1; 8; 0)$ .  
 А) 3;      Б) 5;      В) 7;      Г) 8.

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Відомо, що  $\log_2 7 = a$ ;  $\log_2 3 = b$ . Виразіть  $\log_2 42$  через  $a$  і  $b$ .
- 2.2. Є 6 різних блокнотів і 7 ручок. Скількома способами можна вибрати набір із 3 блокнотів і 2 ручок?
- 2.3. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями  $y = e^x$ ;  $y = e^{3x}$  і  $x = 1$ .
- 2.4. У правильній трикутній піраміді бічне ребро дорівнює  $4\sqrt{2}$  см і утворює кут  $45^\circ$  із площиною основи. Знайдіть об'єм піраміди.



## ВАРІАНТ 4

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Обчисліть  $4\frac{1}{3} + 2\frac{4}{7}$ .  
 А)  $6\frac{19}{21}$ ;    Б)  $6\frac{5}{21}$ ;    В)  $7\frac{19}{21}$ ;    Г)  $6\frac{20}{21}$ .
- 1.2.  $(c - 6)^2 = \dots$   
 А)  $c^2 - 12c - 36$ ;    В)  $c^2 + 12c + 36$ ;  
 Б)  $c^2 - 12c + 36$ ;    Г)  $c^2 + 12c - 36$ .
- 1.3. Спростіть вираз  $\frac{4x - 3}{x - 2} + \frac{2x + 1}{2 - x}$ .  
 А) 1;    Б)  $x - 1$ ;    В) 2;    Г)  $\frac{x + 2}{x - 2}$ .
- 1.4. Розв'язком якої нерівності є число 1?  
 А)  $x^2 + x \leq 0$ ;    В)  $x^2 - x + 1 \leq 0$ ;  
 Б)  $x^2 + x - 1 < 0$ ;    Г)  $x^2 - x \geq 0$ .
- 1.5. Чому дорівнює  $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ?  
 А)  $\frac{\pi}{4}$ ;    Б)  $-\frac{3\pi}{4}$ ;    В)  $\frac{3\pi}{4}$ ;    Г)  $-\frac{\pi}{4}$ .
- 1.6. Розв'яжіть рівняння  $4^{x-2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1}$ .  
 А) -1;    Б) 1;    В) -3;    Г)  $x$  – будь-яке число.
- 1.7. Серед 9 хустинок, які лежать у шухляді, 2 хустинок білі. Навмання беруть одну хустинку. Яка ймовірність того, що вона біла?  
 А)  $\frac{1}{2}$ ;    Б)  $\frac{7}{9}$ ;    В)  $\frac{2}{9}$ ;    Г)  $\frac{1}{9}$ .
- 1.8. Для функції  $f(x) = 5e^x$  знайдіть первісну, графік якої проходить через точку  $M(0; -2)$ .  
 А)  $F(x) = e^x - 2$ ;    В)  $F(x) = 5e^x + 7$ ;  
 Б)  $F(x) = 5e^x - 7$ ;    Г)  $F(x) = 5e^x - 2$ .

- 1.9. Трикутник  $ABC$  подібний трикутнику  $KLM$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle L = 70^\circ$ . Знайдіть градусну міру кута  $C$ .
- А)  $30^\circ$ ;    Б)  $70^\circ$ ;    В)  $80^\circ$ ;    Г)  $100^\circ$ .
- 1.10. Сторони паралелограма дорівнюють 4 см і 7 см, а кут між ними  $60^\circ$ . Знайдіть довжину більшої діагоналі паралелограма.
- А)  $\sqrt{93}$  см;    Б)  $\sqrt{37}$  см;    В)  $\sqrt{65}$  см;    Г)  $\sqrt{33}$  см.
- 1.11. Висота конуса дорівнює 6 см, а твірна – 10 см. Знайдіть радіус основи конуса.
- А) 4 см;    Б) 8 см;    В) 16 см;    Г)  $2\sqrt{34}$  см.
- 1.12. У правильній трикутній призмі сторона основи дорівнює 3 см, а діагональ бічної грані – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні призми.
- А)  $27 \text{ см}^2$ ;    Б)  $36 \text{ см}^2$ ;    В)  $48 \text{ см}^2$ ;    Г)  $45 \text{ см}^2$ .

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Знайдіть  $\sin 2\alpha$ , якщо  $\cos \alpha = -0,6$ ;  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .
- 2.2. Розв'яжіть нерівність  $\log_{0,5}^2 x - \log_{0,5} x - 2 \leq 0$ .
- 2.3. Знайдіть проміжки спадання функції

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 8x + 5.$$

- 2.4. Переріз циліндра площиною, паралельною його осі, є квадрат, що відтинає від кола основи дугу  $90^\circ$ . Знайдіть відстань від осі циліндра до цього перерізу, якщо висота циліндра дорівнює 6 см.

## ВАРІАНТ 5

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Який з наведених дробів є неправильним?

- А)  $\frac{1}{8}$ ;      Б)  $\frac{1}{4}$ ;      В)  $\frac{3}{4}$ ;      Г)  $\frac{4}{3}$ .

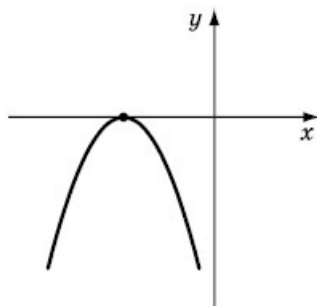
1.2. Розв'яжіть рівняння  $(2x + 3) - (4x - 1) = 4$ .

- А)  $-2$ ;      Б)  $0$ ;      В)  $1$ ;      Г)  $-1$ .

1.3. Виконайте ділення  $\frac{m}{6} : \frac{m}{3}$ .

- А)  $2$ ;      Б)  $\frac{m^2}{18}$ ;      В)  $\frac{1}{2}$ ;      Г)  $\frac{m}{2}$ .

1.4. Графіком функції  $y = ax^2 + bx + c$  є парабола, зображена на рисунку,  $D$  – дискримінант квадратного рівняння  $ax^2 + bx + c = 0$ . Порівняйте  $a$  і  $D$  з нулем.



- А)  $a > 0$ ;  $D > 0$ ;      В)  $a < 0$ ;  $D = 0$ ;  
 Б)  $a > 0$ ;  $D = 0$ ;      Г)  $a < 0$ ;  $D < 0$ .

1.5. Чому дорівнює  $\log_2 16$ ?

- А)  $2$ ;      Б)  $4$ ;      В)  $8$ ;      Г)  $16$ .

1.6. Яка з точок належить графіку функції  $y = \sqrt[5]{x}$ ?

- А)  $(-32; 2)$ ;      Б)  $(-32; -2)$ ;      В)  $(16; 2)$ ;      Г)  $(-1; 1)$ .

1.7. Дотична до графіка функції  $y = f(x)$  у точці з абсцисою  $x_0$  утворює з додатним напрямом осі абсцис кут  $60^\circ$ . Знайдіть  $f'(x_0)$ .

- А)  $\sqrt{3}$ ;      Б)  $-\sqrt{3}$ ;      В)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ;      Г)  $1$ .

- 1.8. Скількома способами із класу у 20 учнів можна сформува-  
ти команду з 3 учнів для участі у спортивному змаганні?  
А) 190;      Б) 570;      В) 1140;      Г) 6840.
- 1.9. Гострий кут рівнобедреної трапеції дорівнює  $50^\circ$ . Знайдіть  
тупий кут цієї трапеції.  
А)  $100^\circ$ ;      Б)  $110^\circ$ ;      В)  $120^\circ$ ;      Г)  $130^\circ$ .
- 1.10. Коло задано рівнянням  $x^2 + y^2 = 25$ . Яка з точок належить  
колу?  
А)  $(-3; 3)$ ;      Б)  $(-3; 4)$ ;      В)  $(5; 1)$ ;      Г)  $(0; 6)$ .
- 1.11. Площа основи конуса дорівнює  $9\pi \text{ см}^2$ , а його об'єм –  
 $12\pi \text{ см}^3$ . Знайдіть висоту конуса.  
А) 2 см;      Б) 12 см;      В) 8 см;      Г) 4 см.
- 1.12. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди до-  
рівнює 3 см, а апофема – 4 см. Знайдіть площу повної по-  
верхні піраміди.  
А)  $33 \text{ см}^2$ ;      Б)  $30 \text{ см}^2$ ;      В)  $24 \text{ см}^2$ ;      Г)  $42 \text{ см}^2$ .

## Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння  $2\sin^2 x + 5\cos x + 1 = 0$ .
- 2.2. Розв'яжіть нерівність  $2^{x+2} + 2^{x+1} \leq 24$ .
- 2.3. На графіку функції  $f(x) = x^2 - 5x + 7$  знайдіть точку, в якій  
дотична утворює кут  $45^\circ$  із додатним напрямом осі абсцис.
- 2.4. Вершини рівностороннього трикутника зі стороною 3 дм  
лежать на поверхні кулі, радіус якої дорівнює 2 дм. Знайдіть  
відстань від центра кулі до площини трикутника.

## ВАРІАНТ 6

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Обчисліть  $36 : 2\frac{2}{3}$ .  
 А)  $18\frac{2}{3}$ ;    Б) 96;    В)  $13\frac{1}{2}$ ;    Г) 54.
- 1.2. Яка пара чисел є розв'язком системи  $\begin{cases} x + 2y = 1, \\ x - y = 4? \end{cases}$   
 А) (-1; 3);    Б) (3; -1);    В) (-1; 1);    Г) (-3; 1).
- 1.3. Спростіть вираз  $\frac{x^4 x^{-2}}{x^2}$ .  
 А) 1;    Б)  $x$ ;    В)  $x^6$ ;    Г)  $x^{-4}$ .
- 1.4. Послідовність  $(y_n)$  задано формулою  $y_n = 2n - 1$ . Знайдіть  $y_7$ .  
 А) 7;    Б) 9;    В) 13;    Г) 15.
- 1.5. Спростіть вираз  $1 - \cos^2 \alpha$ .  
 А)  $\sin \alpha$ ;    Б)  $\sin^2 \alpha$ ;    В)  $-\sin^2 \alpha$ ;    Г) -1.
- 1.6. Знайдіть область визначення функції  $y = \lg(3x - x^2)$ .  
 А) (0; 3);    Б)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;    В)  $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$ ;    Г) [0; 3].
- 1.7. Дано  $y = x^3$ . Знайдіть  $y'(-1)$ .  
 А) -1;    Б) 3;    В) -3;    Г) 1.
- 1.8. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями  $y = x$ ;  $y = 0$ ;  $x = 2$ ;  $x = 4$ .  
 А) 2;    Б) 3;    В) 6;    Г) 8.
- 1.9. Основи трапеції дорівнюють 7 см і 5 см, а її висота – 3 см. Знайдіть площу трапеції.  
 А)  $36 \text{ см}^2$ ;    Б)  $105 \text{ см}^2$ ;    В)  $52,5 \text{ см}^2$ ;    Г)  $18 \text{ см}^2$ .
- 1.10. Точка  $K$  ділить відрізок  $AB$  завдовжки 10 см у відношенні 2 : 3, рахуючи від точки  $A$ . Знайдіть довжину відрізка  $KB$ .  
 А) 2 см;    Б) 4 см;    В) 8 см;    Г) 6 см.
- 1.11. Знайдіть відстань між точками  $A(0; 1; -3)$  і  $B(2; -1; -2)$ .  
 А) 3;    Б) 4;    В) 5;    Г) 6.

1.12. Осьовий переріз циліндра – квадрат, площа якого дорівнює  $36 \text{ см}^2$ . Знайдіть радіус основи циліндра.

- А) 9 см;    Б) 3 см;    В) 6 см;    Г) 12 см.

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Розв'яжіть рівняння  $0,5^{5-2x} + 3 \cdot 0,25^{3-x} = 20$ .

2.2. У коробці 15 цукерок із чорного шоколаду і деяка кількість з білого. Скільки в коробці цукерок з білого шоколаду, якщо ймовірність витягнути навмання з коробки цукерку з білого шоколаду менша за  $\frac{1}{5}$ ?

2.3. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{x-2} = \frac{x}{\sqrt{15-x}}$ .

2.4. Основою піраміди є рівнобедрений трикутник з основою 6 см і бічною стороною 5 см. Бічні грані піраміди, що містять бічні сторони цього рівнобедреного трикутника, перпендикулярні до основи, а третя бічна грань нахилена до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Знайдіть висоту піраміди.

## ВАРІАНТ 7

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Яке з наведених рівнянь має коренем число 1?

А)  $x + 3 = 4 - x$ ; Б)  $2x = x + 3$ ; В)  $7x = x + 5$ ; Г)  $9x = 10 - x$ .

1.2. Розкладіть на множники многочлен  $mc - c - 2m + 2$ , використовуючи спосіб групування.

А)  $(m - 1)(c - 2)$ ; В)  $(1 - m)(c - 2)$ ;

Б)  $(m + 1)(c + 2)$ ; Г)  $(m - 1)(c + 2)$ .

1.3. Яке з рівнянь не має коренів на множині дійсних чисел?

А)  $\sqrt{x} = 1$ ; Б)  $\sqrt{x} = -1$ ; В)  $\sqrt{x} = 0$ ; Г)  $\sqrt{x} = 2010$ .

1.4. Вкладник поклав до банку 10 000 грн. під 16 % річних. Скільки гривень буде на рахунку вкладника через один рік?

А) 10 600 грн.; Б) 1600 грн.; В) 11 600 грн.; Г) 12 600 грн.

1.5. Обчисліть  $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$ .

А)  $-\frac{1}{2}$ ;

Б)  $\frac{1}{2}$ ;

В)  $-\frac{1}{24}$ ;

Г)  $-\frac{1}{512}$ .

1.6. Розв'яжіть рівняння  $\cos 4x = 0$ .

А)  $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; В)  $\frac{\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;

Б)  $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$ ; Г)  $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

1.7. У ящику 10 кульок, з яких 3 білих. Яка ймовірність того, що витягнута навмання з ящика кулька виявиться білою?

А) 1;

Б)  $\frac{7}{10}$ ;

В)  $\frac{3}{10}$ ;

Г)  $\frac{1}{10}$ .

1.8. Знайдіть  $f'(1)$ , якщо  $f(x) = (2x - 1)^6$ .

А) 1;

Б) 5;

В) 6;

Г) 12.

1.9. Одна із сторін прямокутника дорівнює 8 см, а його діагональ – 10 см. Знайдіть невідому сторону прямокутника.

А) 6 см;

Б) 7 см;

В) 8 см;

Г)  $2\sqrt{41}$  см.

- 1.10. Задано вектори  $\vec{a}(3; -1)$  і  $\vec{b}(2; 4)$ . Знайдіть координати вектора  $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ .  
 А)  $(0; -14)$ ; Б)  $(0; 14)$ ; В)  $(12; 10)$ ; Г)  $(12; -14)$ .
- 1.11. Площини  $\alpha$  і  $\beta$  паралельні. Точка  $P$  не належить жодній із площин. Скільки існує прямих, які проходять через точку  $P$  паралельно площинам  $\alpha$  і  $\beta$ ?  
 А) жодної; Б) одна; В) дві; Г) безліч.
- 1.12. Осьовий переріз конуса – прямокутний трикутник із гіпотенузою завдовжки 8 см. Знайдіть висоту конуса.  
 А)  $4\sqrt{2}$  см; Б) 4 см; В) 8 см; Г) інша відповідь.

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Знайдіть область визначення функції

$$f(x) = \frac{5}{\sqrt{x-2}} + \frac{3}{x^2-3x}.$$

- 2.2. Розв'яжіть рівняння  $\log_2^2(x-2) - 2\log_5(x-2) - 3 = 0$ .

- 2.3. Знайдіть визначений інтеграл  $\int_0^1 (2x-1)^4 dx$ .

- 2.4. Основою прямої призми є ромб з тупим кутом  $150^\circ$ . Площа бічної поверхні призми дорівнює  $96 \text{ см}^2$ , а площа її повної поверхні –  $132 \text{ см}^2$ . Знайдіть висоту призми.



## ВАРІАНТ 8

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. З яких двох відношень можна скласти пропорцію?

- А) 8 : 2 і 10 : 3;    В) 8 : 4 і 3 : 6;  
 Б) 5 : 1 і 14 : 2;    Г) 10 : 5 і 12 : 6.

1.2. Який з виразів є многочленом?

- А)  $\frac{2x^2}{x-7}$ ;    Б)  $\frac{x-7}{2x^2}$ ;    В)  $x-7+2x^2$ ;    Г)  $2x^2 + \frac{1}{x-7}$ .

1.3. Розв'яжіть рівняння  $3x^2 - 2x - 5 = 0$ .

- А) 1,5; -2,5;    Б)  $1\frac{2}{3}$ ; -1;    В)  $-1\frac{2}{3}$ ; -1;    Г)  $1\frac{2}{3}$ ; 1.

1.4. Якщо  $2 \leq a \leq 3$ , то...

- А)  $-2 \leq -a \leq -3$ ;    В)  $-3 \leq a \leq -2$ ;  
 Б)  $-3 \leq -a \leq -2$ ;    Г)  $-2 \leq a \leq -3$ .

1.5. Порівняйте  $x$  і  $y$ , якщо  $0,8^x > 0,8^y$ .

- А) Порівняти неможливо;    Б)  $x = y$ ;    В)  $x > y$ ;    Г)  $x < y$ .

1.6. Спростіть вираз  $\sin 8x \cos x - \sin x \cos 8x$ .

- А)  $\sin 9x$ ;    Б)  $\sin 7x$ ;    В)  $\cos 9x$ ;    Г)  $\cos 7x$ .

1.7. Яка з функцій є первісною для функції  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ ?

- А)  $-\operatorname{tg} x + C$ ;    Б)  $-\operatorname{ctg} x + C$ ;    В)  $\operatorname{tg} x + C$ ;    Г)  $\operatorname{ctg} x + C$ .

1.8. Знайдіть кут, що утворює дотична до графіка функції  $f(x) = x^2 - 5x$  у точці з абсцисою 3 з додатним напрямом осі  $Ox$ .

- А)  $0^\circ$ ;    Б)  $30^\circ$ ;    В)  $45^\circ$ ;    Г)  $60^\circ$ .

1.9. У  $\triangle ABC$   $BC = 5$  см;  $CA = 8$  см;  $\angle C = 60^\circ$ . Знайдіть  $AB$ .

- А)  $\sqrt{89}$  см;    Б)  $\sqrt{39}$  см;    В) 7 см;    Г) 6 см.

1.10. Один з кутів паралелограма на  $10^\circ$  менший за інший. Знайдіть градусну міру гострого кута паралелограма.

- А)  $10^\circ$ ;    Б)  $75^\circ$ ;    В)  $85^\circ$ ;    Г)  $95^\circ$ .

1.11. Прямокутник зі сторонами 5 см і 6 см обертається навколо більшої сторони. Знайдіть довжину діаметра утвореного циліндра.

- А) 5 см;    Б) 10 см;    В) 6 см;    Г) 12 см.

- 1.12. Сторони основи прямого паралелепіпеда дорівнюють  $4\sqrt{3}$  см і 5 см та утворюють кут  $60^\circ$ . Знайдіть об'єм паралелепіпеда, якщо його бічне ребро дорівнює 10 см.
- А)  $300 \text{ см}^3$ ; Б)  $200\sqrt{3} \text{ см}^3$ ; В)  $150 \text{ см}^3$ ; Г)  $100\sqrt{3} \text{ см}^3$ .

## Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Знайдіть  $x$ , якщо  $\log_2 x = \log_4 32 + 2\log_4 3 - \log_4 2$ .
- 2.2. Скільки різних правильних нескоротних дробів можна скласти із чисел 1; 2; 3; 7; 11; 18 так, щоб чисельником і знаменником кожного дробу були числа з даного набору?
- 2.3. Швидкість руху точки задається рівнянням  $v(t) = 5 + 2t$  (м/с). Знайдіть рівняння руху  $s = s(t)$ , якщо  $s(3) = 30$ .
- 2.4. Точка  $M$  знаходиться поза площиною прямокутного трикутника  $ABC$ , у якого  $\angle C = 90^\circ$ ;  $AC = 8$  см;  $BC = 6$  см. Точка  $M$  знаходиться на однакових відстанях від вершин трикутника. Знайдіть цю відстань, якщо відстань від точки  $M$  до площини трикутника дорівнює 12 см.

## ВАРІАНТ 9

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Яке з наведених чисел є дільником числа 12?

- А) 7;    Б) 6;    В) 24;    Г) 9.

1.2. Спростіть вираз  $\left(\frac{a}{2} + 0,6b\right)\left(0,6b - \frac{a}{2}\right)$ .

- А)  $3,6b^2 - \frac{a^2}{4}$ ;    Б)  $0,36b^2 + \frac{a^2}{4}$ ;    В)  $0,36b^2 - \frac{a^2}{4}$ ;    Г)  $\frac{a^2}{4} - 0,36b^2$ .

1.3. Скоротіть дріб  $\frac{12am}{6ap}$ .

- А)  $\frac{2m}{p}$ ;    Б)  $\frac{m}{p}$ ;    В)  $\frac{m}{2p}$ ;    Г)  $\frac{2am}{p}$ .

1.4. Розв'яжіть нерівність  $x^2 - 3x - 4 \leq 0$ .

- А)  $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$ ;    В)  $(-1; 4)$ ;  
Б)  $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$ ;    Г)  $[-1; 4]$ .

1.5. Скільки розв'язків має рівняння  $\sin x = 1,3$ ?

- А) один;    Б) два;    В) безліч;    Г) жодного.

1.6. Розв'яжіть рівняння  $(2^{x-6})^{x-3} = \frac{1}{4}$ .

- А) 5; -4;    Б) 5; 4;    В) -4; 5;    Г) -4; -5.

1.7. З 10 учнів, що брали участь у районній олімпіаді, трое зайняли призові місця. З цих 10 учнів навмання вибирають одного. Яка ймовірність того, що він став призером олімпіади?

- А) 0,3;    Б) 0,7;    В) 0,1;    Г) 0,5.

1.8. Обчисліть  $\int_{-3}^0 x^2 dx$ .

- А) -3;    Б) 3;    В) 9;    Г) -9.

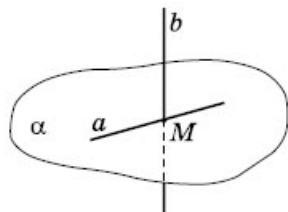
1.9. Знайдіть координати середини відрізка  $AB$ , якщо  $A(-2; 4)$ ,  $B(6; 8)$ .

- А) (4; 12);    Б) (2; 6);    В) (8; 4);    Г) (4; 2).

1.10.  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ ;  $AB = 5$  см;  $A_1B_1 = 15$  см. Знайдіть відношення  $\frac{B_1C_1}{BC}$ .

А) 1 : 3; Б) 1 : 2; В) 2 : 1; Г) 3 : 1.

1.11. Пряма  $b$  перпендикулярна до площини  $\alpha$ , а пряма  $a$  лежить у площині  $\alpha$  і проходить через точку  $M$  перетину прямої  $b$  і площини  $\alpha$ . Яким є кут між прямими  $a$  і  $b$ ?



А)  $30^\circ$ ; В)  $90^\circ$ ;  
Б)  $60^\circ$ ; Г) неможливо визначити.

1.12. Діагональ осевого перерізу циліндра дорівнює  $8\sqrt{2}$  см і утворює з площиною основи кут  $45^\circ$ . Знайдіть площу повної поверхні циліндра.

А)  $96\pi$  см<sup>2</sup>; Б)  $48\pi$  см<sup>2</sup>; В)  $24\pi$  см<sup>2</sup>; Г)  $64\pi$  см<sup>2</sup>.

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Спростіть вираз  $\frac{\sin(\alpha - \beta) + 2\cos\alpha \sin\beta}{2\cos\alpha \cos\beta - \cos(\alpha - \beta)}$ .

2.2. Розв'яжіть нерівність  $\log_3(x - 2) + \log_3 x \geq 1$ .

2.3. Знайдіть точки мінімуму функції  $f(x) = \frac{3 + x^2}{1 - x}$ .

2.4. У прямій трикутній призмі сторони основи дорівнюють 13 см, 14 см і 15 см. Через бічне ребро призми і середню за довжиною висоту основи проведено переріз, площа якого  $60$  см<sup>2</sup>. Знайдіть об'єм призми.

## ВАРІАНТ 10

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть  $(-2 + (-6)) \cdot 4$ .

- А)  $-16$ ;    Б)  $-32$ ;    В)  $16$ ;    Г)  $32$ .

1.2. Яке з рівнянь є лінійним?

- А)  $7x^2 = 14$ ;    Б)  $7x = 14$ ;    В)  $7 + x = x^2$ ;    Г)  $x^2 = 7$ .

1.3. Виконайте множення  $\frac{7a^2}{3-a} \cdot \frac{a^2-9}{14a^3}$ .

- А)  $-\frac{a+3}{7a}$ ;    Б)  $\frac{a+3}{2a}$ ;    В)  $-\frac{a+3}{2a}$ ;    Г)  $\frac{a-3}{2a}$ .

1.4. Графіком якої із функцій є парабола?

- А)  $y = \frac{6}{x}$ ;    Б)  $y = 6x$ ;    В)  $y = \frac{x}{6}$ ;    Г)  $y = x^2 + 6$ .

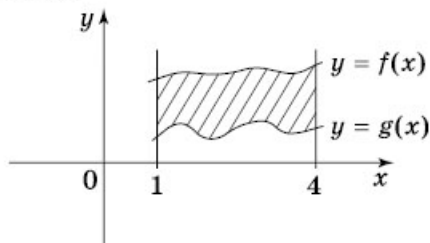
1.5. Порівняйте  $a$  і  $b$ , якщо  $\log_{\frac{1}{3}} a < \log_{\frac{1}{3}} b$ .

- А) порівняти неможливо;    Б)  $a = b$ ;    В)  $a < b$ ;    Г)  $a > b$ .

1.6. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt[4]{x^2+7} = 2$ .

- А) рівняння не має розв'язків;    Б)  $3$ ;    В)  $-3$ ;    Г)  $-3$ .

1.7. За якою формулою можна знайти площу заштрихованої на рисунку фігури?



А)  $\int_1^4 (g(x) - f(x)) dx$ ;

В)  $\int_4^1 (f(x) - g(x)) dx$ ;

Б)  $\int_1^4 (f(x) - g(x)) dx$ ;

Г)  $\int_0^4 (f(x) - g(x)) dx$ .

- 1.8. У ящику 20 кульок, з яких 4 білі. Навмання вибирають одну кульку. Яка ймовірність того, що вона не біла?  
 А)  $\frac{1}{4}$ ;      Б)  $\frac{1}{5}$ ;      В)  $\frac{4}{5}$ ;      Г)  $\frac{1}{20}$ .
- 1.9. Знайдіть площу круга, діаметр якого дорівнює 8 см.  
 А)  $4\pi \text{ см}^2$ ;      Б)  $16\pi \text{ см}^2$ ;      В)  $32\pi \text{ см}^2$ ;      Г)  $64\pi \text{ см}^2$ .
- 1.10. У рівнобічній трапеції бічна сторона вдвічі довша за висоту. Знайдіть гострий кут трапеції.  
 А)  $30^\circ$ ;      Б)  $45^\circ$ ;      В)  $60^\circ$ ;      Г) неможливо визначити.
- 1.11. У правильній чотирикутній призмі сторона основи дорівнює 4 см, а бічне ребро – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні призми.  
 А)  $20 \text{ см}^2$ ;      Б)  $40 \text{ см}^2$ ;      В)  $60 \text{ см}^2$ ;      Г)  $80 \text{ см}^2$ .
- 1.12. Осьовий переріз конуса – правильний трикутник, висота якого дорівнює  $6\sqrt{3}$  см. Знайдіть об'єм конуса.  
 А)  $144\sqrt{3}\pi \text{ см}^3$ ;      Б)  $72\pi \text{ см}^3$ ;      В)  $72\sqrt{3}\pi \text{ см}^3$ ;      Г)  $216\sqrt{3}\pi \text{ см}^3$ .

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння  $\cos 2x + 10\cos x - 11 = 0$ .
- 2.2. Розв'яжіть нерівність  $9^{0,5x^2-3} \geq 27$ .
- 2.3. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x - 1}$  у точці з абсцисою  $x_0 = 5$ .
- 2.4. Дано  $\vec{a}(2; -1; 3)$  і  $\vec{b}(4; 2; 0)$ . Знайдіть модуль вектора  $\vec{m} = 2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .

## ВАРІАНТ 11

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть  $26 - 2 \cdot 8 + 7$ .

- А) 199;    Б) 3;    В) 17;    Г) -4.

1.2. Знайдіть розв'язок системи  $\begin{cases} y - x = 3, \\ x - 2y = 2. \end{cases}$

- А) (-8; -5);    Б) (-2; -5);    В) (-5; -8);    Г) (-5; -2).

1.3. Спростіть  $a^{-3} \cdot a^5$ .

- А)  $a^{-15}$ ;    Б)  $a^{15}$ ;    В)  $a^{-2}$ ;    Г)  $a^2$ .

1.4.  $(a_n)$  – арифметична прогресія,  $a_1 = 3$ ;  $d = -2$ . Знайдіть  $a_{11}$ .

- А) 17;    Б) -17;    В) -19;    Г) -15.

1.5. Знайдіть значення виразу  $\cos 405^\circ$ .

- А) -1;    Б)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;    В)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;    Г)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

1.6. Розв'яжіть рівняння  $\log_5(x + 4) = \log_5(1 - 2x)$ .

- А) -1;    Б) рівняння не має розв'язків;    В) 1;    Г) 3.

1.7. Знайдіть похідну функції  $y = x^7 - \cos x$ .

- А)  $7x^6 - \sin x$ ;    Б)  $\frac{x^8}{8} + \sin x$ ;    В)  $x^7 + \sin x$ ;    Г)  $7x^6 + \sin x$ .

1.8. Матеріальна точка рухається прямолінійно зі швидкістю  $v(t) = 6 - 0,2t$  ( $t$  вимірюється у секундах,  $v$  – у м/с). Знайдіть шлях, який пройшла точка за перші 10 с руху.

- А) 3 м;    Б) 0,2 м;    В) 50 м;    Г) інша відповідь.

1.9. Промінь  $PK$  проходить між сторонами  $\angle APB$ ,  $\angle APK = 25^\circ$ ,  $\angle KPB = 35^\circ$ . Знайдіть градусну міру кута  $APB$ .

- А)  $10^\circ$ ;    Б)  $20^\circ$ ;    В)  $30^\circ$ ;    Г)  $60^\circ$ .

1.10. Довжина кола дорівнює  $6\pi$  см. Знайдіть площу круга, що обмежує це коло.

- А)  $3\pi$  см<sup>2</sup>;    Б)  $9\pi$  см<sup>2</sup>;    В)  $36\pi$  см<sup>2</sup>;    Г)  $9$  см<sup>2</sup>.

1.11. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, лінійні розміри якого дорівнюють 3 см, 4 см і 5 см.

- А)  $48$  см<sup>3</sup>;    Б)  $120$  см<sup>3</sup>;    В)  $60$  см<sup>3</sup>;    Г)  $94$  см<sup>3</sup>.

- 1.12. Прямі  $a$  і  $b$  паралельні у просторі, а пряма  $c$  перетинає пряму  $a$ . Як можуть бути розташовані прямі  $b$  і  $c$ ? Виберіть правильне твердження.
- А) прямі  $b$  і  $c$  можуть бути паралельними, не можуть бути мимобіжними або перетинатися;
- Б) прямі  $b$  і  $c$  можуть перетинатися, не можуть бути паралельними або мимобіжними;
- В) прямі  $b$  і  $c$  можуть бути мимобіжними, не можуть бути паралельними або перетинатися;
- Г) прямі  $b$  і  $c$  можуть перетинатися або бути мимобіжними, не можуть бути паралельними.

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Розв'яжіть рівняння  $\left(\cos \frac{\pi}{3}\right)^{7x-2} = \sqrt{8}$ .

2.2. На картках записано числа від 1 до 12. Навмання беруть дві з них. Яка ймовірність того, що сума чисел на картках дорівнює 12?

2.3. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-4} = 1$ .

2.4. Хорду, що лежить в основі конуса, з його вершини видно під кутом  $60^\circ$ , а з центра основи – під прямим кутом. Знайдіть площу бічної поверхні конуса, якщо його твірна дорівнює 4 см.



## ВАРІАНТ 12

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. У процесі перегонки нафти утворюється 30 % гасу. Скільки гасу утвориться після перегонки 240 т нафти?  
 А) 8 т;      Б) 72 т;      В) 800 т;      Г) 24 т.
- 1.2. Винесіть за дужки спільний множник у виразі  $6x + 4$ .  
 А)  $6(x + 4)$ ;    Б)  $4(2x + 1)$ ;    В)  $2(3x + 2)$ ;    Г)  $2(3x - 2)$ .
- 1.3. Обчисліть  $\sqrt{1\frac{24}{25}} - \sqrt{0,09}$ .  
 А) 1,5;      Б) 1,1;      В) 0,1;      Г) -0,2.
- 1.4. Відомо, що  $x = 19 \pm 1$ . Яке з наведених чисел задовольняє цю умову?  
 А) 20,2;      Б) 17,49;      В) 20,01;      Г) 18,49.
- 1.5. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt[4]{x} = 2$ .  
 А)  $\sqrt[4]{2}$ ;    Б) 16;    В) 16 або -16;    Г) рівняння не має розв'язків.
- 1.6. Знайдіть область визначення функції  $y = \arcsin(x - 2)$ .  
 А)  $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$ ;    В)  $x$  – будь-яке число;  
 Б) (1; 3);      Г) [1; 3].
- 1.7. У кошику 20 яблук, з яких 7 червоних. Навмання витягнуть одне яблуко. Яка ймовірність того, що воно червоне?  
 А)  $\frac{1}{7}$ ;      Б)  $\frac{1}{20}$ ;      В)  $\frac{7}{20}$ ;      Г)  $\frac{13}{20}$ .
- 1.8. Дано функцію  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \sqrt{x}$ . Знайдіть  $f'(1)$ .  
 А)  $-\frac{2}{3}$ ;      Б)  $\frac{1}{2}$ ;      В) 1;      Г) інша відповідь.
- 1.9. Знайдіть довжину вектора  $\vec{a}(-4; 3)$ .  
 А) -4;      Б) 3;      В) 5;      Г) -5.
- 1.10. Знайдіть площу рівнобічної трапеції, основи якої дорівнюють 7 см і 13 см, а бічна сторона – 5 см.  
 А)  $80 \text{ см}^2$ ;      Б)  $40 \text{ см}^2$ ;      В)  $50 \text{ см}^2$ ;      Г) інша відповідь.

- 1.11. У правильній трикутній піраміді сторона основи дорівнює 8 см, а площа бічної поверхні – 60 см<sup>2</sup>. Знайдіть апофему піраміди.  
А) 5 см;      Б) 10 см;      В) 2,5 см;      Г) 3 см.
- 1.12. З точки  $A$  до площини  $\alpha$  проведено похилі  $AB$  і  $AC$  та перпендикуляр  $AK$ ;  $AB = 10$  см;  $BK = 6$  см;  $KC = 15$  см. Знайдіть  $AC$ .  
А)  $\sqrt{161}$  см;      Б) 17 см;      В) 25 см;      Г)  $5\sqrt{5}$  см.

## Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Знайдіть область значень функції  $f(x) = 2\sin^2 x - 3$ .
- 2.2. Розв'яжіть рівняння  $\log_2(5 \cdot 2^{x+1} - 36) = x$ .
- 2.3. Для функції  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 5$  знайдіть таку первісну  $F(x)$ , що  $F(4) = -10$ .
- 2.4. У кулі, об'єм якої 36л см<sup>3</sup>, проведено переріз. Радіус кулі, один з кінців якого належить перерізу, утворює із площиною перерізу кут 45°. Знайдіть площу перерізу.

## ВАРІАНТ 13

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Який з наведених десяткових дробів більший за дріб  $4,25$ ?  
 А)  $4,1073$ ; Б)  $4,251$ ; В)  $4,24$ ; Г)  $4,209$ .
- 1.2. Виконайте множення одночленів  $-3a^2b^3 \cdot \frac{2}{3}a^7b$ .  
 А)  $-a^9b^4$ ; Б)  $-2a^9b^3$ ; В)  $2a^9b^4$ ; Г)  $-2a^9b^4$ .
- 1.3. Чому дорівнює сума коренів рівняння  $x^2 - 2x - 3 = 0$ ?  
 А)  $-2$ ; Б)  $-3$ ; В)  $3$ ; Г)  $2$ .
- 1.4. Розв'яжіть нерівність  $6 - 2x \leq 4$ .  
 А)  $x \geq 1$ ; Б)  $x \leq 1$ ; В)  $x \geq -5$ ; Г)  $x \geq -1$ .
- 1.5. Розв'яжіть рівняння  $2^{x-1} = 32$ .  
 А)  $5$ ; Б)  $6$ ; В)  $3$ ; Г)  $4$ .
- 1.6. Яка з функцій є парною?  
 А)  $y = 5 + \cos x$ ; Б)  $y = 2 \operatorname{tg} x$ ;  
 Б)  $y = 3 - \sin x$ ; Г)  $y = -3 \operatorname{ctg} x$ .
- 1.7. Яка з функцій не є первісною для функції  $f(x) = 2x$ ?  
 А)  $F(x) = x^2$ ; Б)  $F(x) = x^2 + 1$ ;  
 Б)  $F(x) = x^2 - 3$ ; Г)  $F(x) = x^2 + x$ .
- 1.8. Знайдіть критичні точки функції  $y = x^3 - 3x^2$ .  
 А)  $0; 3$ ; Б)  $0; 2$ ; В)  $2$ ; Г)  $0; 6$ .
- 1.9. Точка перетину діагоналей квадрата знаходиться на відстані  $3$  см від однієї з його вершин. Знайдіть суму довжин діагоналей цього квадрата.  
 А)  $6$  см; Б)  $9$  см; В)  $12$  см; Г)  $15$  см.
- 1.10. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює  $15$  см, а висота, проведена до основи, –  $9$  см. Знайдіть довжину основи рівнобедреного трикутника.  
 А)  $6$  см; Б)  $12$  см; В)  $18$  см; Г)  $24$  см.
- 1.11. Знайдіть площу поверхні кулі, діаметр якої дорівнює  $8$  см.  
 А)  $36\pi$  см<sup>2</sup>; Б)  $256\pi$  см<sup>2</sup>; В)  $16\pi$  см<sup>2</sup>; Г)  $64\pi$  см<sup>2</sup>.

1.12. Який з векторів колінеарний вектору  $\vec{a}(-1; 2; -3)$ ?

- А)  $\vec{b}(1; -2; -3)$ ;      В)  $\vec{d}(3; -6; -9)$ ;  
Б)  $\vec{c}(-2; 4; 6)$ ;      Г)  $\vec{m}(3; -6; 9)$ .

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Обчисліть  $\log_6(3\log_{\sqrt{5}} 5) + 4^{\frac{1}{2}\log_4 9}$ .
- 2.2. Розв'яжіть рівняння  $C_x^2 = 66$ .
- 2.3. Тіло рухається прямолінійно зі швидкістю  $v(t) = 6t - 0,3t^2$  (м/с). Знайдіть шлях, який пройшло тіло від початку руху до зупинки.
- 2.4. Основою піраміди є прямокутник зі сторонами 12 см і 16 см. Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 26 см. Знайдіть об'єм піраміди.

## ВАРІАНТ 14

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть  $\frac{2}{5} - \frac{1}{6} + \frac{2}{3}$ .

- А)  $\frac{3}{2}$ ;      Б)  $\frac{10}{9}$ ;      В)  $1\frac{9}{10}$ ;      Г)  $\frac{9}{10}$ .

1.2. Подайте вираз  $(x+2)(x-2)$  у вигляді многочлена.

- А)  $x^2 + 4$ ;      Б)  $4 - x^2$ ;      В)  $x^2 - 4$ ;      Г)  $x^2 - 4x + 4$ .

1.3. Скоротіть дріб  $\frac{8y^2 - 2}{8 - 16y}$ .

- А)  $-\frac{2y+1}{4}$ ;      Б)  $\frac{2y-1}{4}$ ;      В)  $\frac{y^2+1}{1+8y}$ ;      Г)  $\frac{-2y+1}{4}$ .

1.4. Яке із чисел є розв'язком нерівності  $x^2 + 3x - 4 > 0$ ?

- А)  $-4$ ;      Б)  $-2$ ;      В)  $0$ ;      Г)  $2$ .

1.5. Яке з рівнянь не має розв'язків?

- А)  $\sin x = 1$ ;      Б)  $\cos x = -1$ ;      В)  $\operatorname{tg} x = 3$ ;      Г)  $\sin x = 3$ .

1.6. Порівняйте числа  $a$ ,  $b$  і  $c$ , якщо  $\left(\sin \frac{\pi}{8}\right)^a > \left(\sin \frac{\pi}{8}\right)^b$ ,

$$\left(\sin \frac{\pi}{8}\right)^b > \left(\sin \frac{\pi}{8}\right)^c.$$

- А)  $c < b < a$ ;      Б)  $b < a < c$ ;      В)  $a < b < c$ ;      Г)  $a < c < b$ .

1.7. Яка із чотирьох наведених подій є випадковою?

- А) при температурі  $0^\circ$  вода замерзає;  
 Б) після понеділка настає вівторок;  
 В) у березні 31 день;  
 Г) при підкиданні кубика випало 6 очок.

1.8. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції  $f(x) = 8x^7$ .

- А)  $F(x) = \frac{x^8}{8} + C$ ;      В)  $F(x) = 56x^6$ ;  
 Б)  $F(x) = x^8 + C$ ;      Г)  $F(x) = 56x^6 + C$ .

- 1.9. Трикутники  $ABC$  і  $A_1B_1C_1$  подібні;  $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{2}{3}$ . Знайдіть відношення  $\frac{B_1C_1}{BC}$ .
- А) 2 : 3;    Б) 3 : 2;    В) 5 : 2;    Г) 3 : 5.
- 1.10. У трикутнику  $ABC$   $AB = 1$  см;  $BC = 2$  см;  $AC = \sqrt{3}$  см. Обчисліть середній за величиною кут трикутника.
- А)  $30^\circ$ ;    Б)  $45^\circ$ ;    В)  $60^\circ$ ;    Г)  $75^\circ$ .
- 1.11. Радіус сфери дорівнює 6 см. Якою не може бути відстань між деякими двома точками сфери?
- А) 5 см;    Б) 11 см;    В) 12 см;    Г) 13 см.
- 1.12. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 3 см і 6 см, а діагональ паралелепіпеда – 7 см. Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда.
- А)  $72 \text{ см}^2$ ;    Б)  $54 \text{ см}^2$ ;    В)  $36 \text{ см}^2$ ;    Г)  $108 \text{ см}^2$ .

## Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Спростіть вираз  $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$ .
- 2.2. Знайдіть область визначення функції  $y = \frac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x - 2)}}$ .
- 2.3. Подайте число 9 у вигляді суми двох невід'ємних доданків так, щоб добуток квадрата одного з них на інший був найбільшим.
- 2.4. Діагональ осевого перерізу циліндра дорівнює 17 см, а висота циліндра на 11 см більша за його радіус. Знайдіть площу осевого перерізу циліндра.

## ВАРІАНТ 15

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Який із запропонованих дробів більший від одиниці?

- А)  $\frac{17}{18}$ ;      Б)  $\frac{17}{17}$ ;      В)  $\frac{18}{18}$ ;      Г)  $\frac{18}{17}$ .

1.2. Розв'яжіть рівняння  $2x - 7,5 = -4 - \frac{1}{3}x$ .

- А)  $-0,5$ ;      Б)  $1,5$ ;      В)  $0,5$ ;      Г)  $2,5$ .

1.3. Виконайте множення  $\frac{m^4}{3} \cdot \frac{12}{m}$ .

- А)  $\frac{m^3}{4}$ ;      Б)  $4m^3$ ;      В)  $4m^4$ ;      Г)  $3m^3$ .

1.4. Знайдіть множину значень функції  $y = x^2 + 2x$ .

- А)  $(-\infty; -1]$ ;      Б)  $(-1; +\infty)$ ;      В)  $[-1; +\infty)$ ;      Г)  $[1; +\infty)$ .

1.5. Розв'яжіть нерівність  $\log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} 3$ .

- А)  $x \geq 3$ ;      Б)  $x \leq 3$ ;      В)  $0 < x \leq 3$ ;      Г)  $0 < x < 3$ .

1.6. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt[4]{x} = \sqrt[4]{x^2 - 2}$ .

- А)  $2$ ;      Б)  $-1; 2$ ;      В)  $1; -2$ ;      Г)  $1$ .

1.7. Знак похідної функції  $y = f(x)$ , визначеної на  $R$ , змінюється за схемою, зображеною на рисунку. Визначте всі проміжки, на яких функція зростає.



- А)  $[-1; 2], [2; +\infty)$ ;      В)  $(-\infty; -1], [2; +\infty)$ ;  
Б)  $[2; +\infty)$ ;      Г)  $[-1; 2]$ .

1.8. У коробці 6 синіх, 3 червоних і 1 зелена ручка. Навмання беруть одну. Яка ймовірність того, що вона не синя?

- А)  $\frac{1}{10}$ ;      Б)  $\frac{3}{10}$ ;      В)  $\frac{3}{5}$ ;      Г)  $\frac{2}{5}$ .

1.9. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 7 см і 9 см, а бічна сторона – 5 см. Знайдіть периметр трапеції.

- А) 21 см;      Б) 26 см;      В) 28 см;      Г) 30 см.

- 1.10. Знайдіть точку перетину прямої  $2x - 3y + 6 = 0$  з віссю абсцис.  
А)  $(-3; 0)$ ;    Б)  $(3; 0)$ ;    В)  $(0; 2)$ ;    Г)  $(2; 0)$ .
- 1.11. Об'єм циліндра дорівнює  $250\text{л см}^3$ , а його висота –  $10\text{ см}$ . Знайдіть площу основи циліндра.  
А)  $25\text{л см}^2$ ;    Б)  $5\text{л см}^2$ ;    В)  $10\text{л см}^2$ ;    Г)  $15\text{л см}^2$ .
- 1.12. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює  $4\sqrt{3}\text{ см}$ , а висота –  $7\text{ см}$ . Знайдіть площу перерізу піраміди, що проходить через її висоту і бічне ребро.  
А)  $28\sqrt{3}\text{ см}^2$ ;    Б)  $14\sqrt{3}\text{ см}^2$ ;    В)  $42\text{ см}^2$ ;    Г)  $21\text{ см}^2$ .

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння  $\cos 6x = \cos^2 x - \sin^2 x$ .
- 2.2. Розв'яжіть нерівність  $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$ .
- 2.3. Складіть рівняння дотичної до графіка функції  $f(x) = x^2 + 2x + 3$  в точці з абсцисою  $x_0 = 1$ .
- 2.4. Хорда основи конуса дорівнює  $6\text{ см}$  і стягує дугу  $90^\circ$ . Через цю хорду і вершину конуса проведено переріз. Знайдіть його площу, якщо висота конуса дорівнює  $4\text{ см}$ .



## ВАРІАНТ 16

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Виконайте множення дробів  $1\frac{1}{2} \cdot 3\frac{3}{4}$ .

- А)  $\frac{8}{45}$ ;      Б)  $\frac{3}{8}$ ;      В)  $5\frac{5}{8}$ ;      Г)  $3\frac{3}{8}$ .

1.2. Яка пара чисел є розв'язком системи  $\begin{cases} x + y = 6, \\ x - y = 2? \end{cases}$

- А) (4; 2);      Б) (2; 4);      В) (5; 1);      Г) (4; -2).

1.3. Обчисліть  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$ .

- А)  $\frac{3}{2}$ ;      Б) 8;      В) -8;      Г) інша відповідь.

1.4. Яка з послідовностей є арифметичною прогресією?

- А) 1; 2; 3; 5;      Б) 0; 1; 0; -1;      В) -1; 0; 2; 3;      Г) -1; 0; 1; 2.

1.5. Спростіть вираз  $5\cos^2\alpha + 5\sin^2\alpha$ .

- А) 5;      Б) 6;      В)  $5\sin^2\alpha \cos^2\alpha$ ;      Г)  $5 + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha$ .

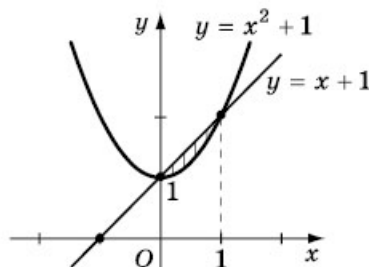
1.6. Обчисліть  $5^{2\log_5 3}$ .

- А) 25;      Б) 9;      В) 3;      Г) 6.

1.7. Для функції  $y = \cos x$  знайдіть  $y'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ .

- А) 1;      Б) -1;      В) 0;      Г)  $-\frac{1}{2}$ .

1.8. Знайдіть площу заштрихованої фігури, зображеної на рисунку.



- А)  $\frac{1}{12}$ ;      Б)  $\frac{1}{8}$ ;      В)  $\frac{1}{6}$ ;      Г)  $\frac{1}{2}$ .

- 1.9. Площа прямокутника дорівнює  $12 \text{ см}^2$ , а одна із сторін –  $4 \text{ см}$ . Знайдіть довжину сторони, яка не паралельна даній.  
А)  $2 \text{ см}$ ;      Б)  $3 \text{ см}$ ;      В)  $6 \text{ см}$ ;      Г)  $16 \text{ см}$ .
- 1.10. Сума двох кутів, що утворилися при перетині двох прямих, дорівнює  $260^\circ$ . Знайдіть гострий кут між прямими.  
А)  $130^\circ$ ;      Б)  $65^\circ$ ;      В)  $25^\circ$ ;      Г)  $50^\circ$ .
- 1.11. Знайдіть координати середини відрізка  $AB$ , якщо  $A(-2; 3; 4)$ ,  $B(2; 3; 8)$ .  
А)  $(0; 3; 6)$ ;      Б)  $(-4; 0; -4)$ ;      В)  $(-2; 0; -2)$ ;      Г)  $(0; 6; 12)$ .
- 1.12. Діагональ осевого перерізу циліндра дорівнює  $4\sqrt{2} \text{ см}$  і утворює кут  $45^\circ$  з основою циліндра. Знайдіть радіус циліндра.  
А)  $8 \text{ см}$ ;      Б)  $4\sqrt{2} \text{ см}$ ;      В)  $4 \text{ см}$ ;      Г)  $2 \text{ см}$ .

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння  $4^{x^2-3x} = 5^{3x-x^2}$ .
- 2.2. Одночасно підкинули два гральних кубики. Знайдіть ймовірність того, що сума очок на кубиках менша за 5.
- 2.3. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt[3]{11 - \sqrt{x+1}} = 2$ .
- 2.4. У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює  $4\sqrt{2} \text{ см}$  і утворює кут  $45^\circ$  із площиною основи. Знайдіть апофему піраміди.

## ВАРІАНТ 17

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Яке із чисел є коренем рівняння  $x + 2 = 4 - x$ ?  
 А)  $-1$ ;      Б)  $0$ ;      В)  $1$ ;      Г)  $2$ .
- 1.2. Розкладіть на множники вираз  $9p^3 - 27p^2$ .  
 А)  $9p^3(1 - 3p)$ ;    В)  $27p^2(p - 1)$ ;  
 Б)  $9p^2(p + 3)$ ;    Г)  $9p^2(p - 3)$ .
- 1.3. Який з виразів не має змісту на множині дійсних чисел?  
 А)  $\sqrt{1}$ ;      Б)  $\sqrt{-1}$ ;      В)  $\sqrt{0}$ ;      Г)  $\sqrt{17}$ .
- 1.4. При обробці 40 т рису отримали 32 т крупи. Знайдіть відсоток виходу крупи при обробці рису.  
 А) 60 %;      Б) 70 %;      В) 80 %;      Г) 90 %.
- 1.5. Розв'язком якої нерівності є число 64?  
 А)  $\sqrt{x} > 8$ ;    Б)  $\sqrt[3]{x} \geq 8$ ;    В)  $\sqrt[3]{x} \leq 4$ ;    Г)  $\sqrt[3]{x} < 4$ .
- 1.6. Розв'яжіть рівняння  $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -1$ .  
 А)  $\pi + 2\pi k, k \in Z$ ;      В)  $\frac{7\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$ ;  
 Б)  $\frac{5\pi}{6} + \pi k, k \in Z$ ;      Г)  $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$ .
- 1.7. Знайдіть медіану вибірки 1; 3; 2; 7; 3; 2; 1.  
 А) 1;      Б) 2;      В) 3;      Г) 7.
- 1.8. Знайдіть похідну функції  $f(x) = x^2 \sin x$ .  
 А)  $2x \cos x$ ;      В)  $2x \cos x + x^2 \cos x$ ;  
 Б)  $2x \sin x - x^2 \cos x$ ;      Г)  $2x \sin x + x^2 \cos x$ .
- 1.9. Сторона квадрата дорівнює 4 см. Знайдіть його діагональ.  
 А) 6 см;    Б)  $4\sqrt{2}$  см;    В)  $8\sqrt{2}$  см;    Г) 8 см.
- 1.10. Дано вектори  $\vec{a}(-4; 1)$ ,  $\vec{b}(x; 8)$ . При якому значенні  $x$  виконується рівність  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ ?  
 А) 1;      Б)  $-2$ ;      В) 2;      Г)  $-1$ .

- 1.11. Прямі  $a$  і  $b$  не паралельні і не перетинаються. Скільки площин можна провести через ці прямі?  
 А) жодної; Б) одну; В) дві; Г) безліч.
- 1.12. Діаметр кулі дорівнює 8 см. Точка  $A$  належить дотичній площині до кулі і знаходиться на відстані 3 см від точки дотику кулі і площини. Знайдіть відстань від точки  $A$  до центра кулі.  
 А)  $\sqrt{73}$  см; Б)  $\sqrt{55}$  см; В) 10 см; Г) 5 см.

## Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Знайдіть нулі функції  $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{|x| - 1}$ .

2.2. Розв'яжіть рівняння  $\log_4(x + 2) + \log_4(x + 3) = \log_4 3 + 0,5$ .

2.3. Обчисліть  $\int_1^{27} \frac{x}{\sqrt[3]{x^2}} dx$ .

- 2.4. В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник з основою 8 см і бічною стороною 5 см. Через основу цього трикутника проведено переріз, який утворює кут  $60^\circ$  із площиною основи і перетинає бічне ребро. Знайдіть площу цього перерізу.

## ВАРІАНТ 18

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Знайдіть невідомий член пропорції  $8 : x = 2 : 5$ .  
 А) 20;      Б) 2;      В) 3,2;      Г) 1,25.
- 1.2. Виконайте множення  $-p(3 - m)$ .  
 А)  $mp + 3$ ;      Б)  $mp - 3$ ;      В)  $mp - 3p$ ;      Г)  $mp + 3p$ .
- 1.3. Складіть зведене квадратне рівняння, коренями якого є числа  $-2$  і  $3$ .  
 А)  $x^2 + x - 6 = 0$ ;      В)  $x^2 + x + 6 = 0$ ;  
 Б)  $x^2 - x - 6 = 0$ ;      Г)  $x^2 - x + 6 = 0$ .
- 1.4. Розв'яжіть нерівність  $-2x \geq -6$ .  
 А)  $x \leq 3$ ;      Б)  $x \leq -3$ ;      В)  $x \geq 3$ ;      Г)  $x \geq -3$ .
- 1.5. Яка з наведених функцій є зростаючою на множині дійсних чисел?  
 А)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ;      Б)  $y = 4^x$ ;      В)  $y = (0,07)^x$ ;      Г)  $y = \left(\frac{11}{12}\right)^x$ .
- 1.6. Спростіть вираз  $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \beta$ .  
 А)  $\frac{1}{\cos \beta}$ ;      Б)  $\sin^2 \beta$ ;      В)  $\cos^2 \beta$ ;      Г)  $\frac{1}{\cos^2 \beta}$ .
- 1.7. Для якої функції є первісною функція  $F(x) = \sin x + 5$ ?  
 А)  $f(x) = \cos x$ ;      В)  $f(x) = \cos x + 6$ ;  
 Б)  $f(x) = -\cos x$ ;      Г)  $f(x) = \sin x$ .
- 1.8. Тіло рухається прямолінійно за законом  $x(t) = t^2 - 6t$  ( $t$  вимірюється в секундах,  $x$  – у метрах). Знайдіть швидкість тіла в момент часу  $t = 5$  с.  
 А)  $-5$  м/с;      Б)  $4$  м/с;      В)  $5$  м/с;      Г)  $25$  м/с.
- 1.9. У трикутнику  $ABC$   $\sin A = 0,3$ ;  $\sin B = 0,6$ ;  $BC = 10$  см. Знайдіть  $AC$ .  
 А)  $20$  см;      Б)  $10$  см;      В)  $5$  см;      Г)  $6$  см.
- 1.10.  $O$  – точка перетину діагоналей прямокутника,  $AC = 10$  см, периметр трикутника  $AOD$  дорівнює  $17$  см. Знайдіть  $AD$ .



## ВАРІАНТ 19

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Яке з наведених тверджень є правильним?

А) 10 – дільник 21; В) 15 – кратне 3;

Б) 20 – дільник 10; Г) 3 – кратне 15.

1.2. Спростіть вираз  $\left(\frac{m}{3} + a^2\right)\left(\frac{m^2}{9} - \frac{ma^2}{3} + a^4\right)$ .

А)  $\frac{m^2}{9} - \frac{a^2}{4}$ ; Б)  $\frac{m^3}{27} + a^6$ ; В)  $\frac{m^3}{27} - a^6$ ; Г)  $\frac{m^3}{9} + a^6$ .

1.3. Виконайте додавання дробів  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3}$ .

А)  $\frac{x+y}{5}$ ; Б)  $\frac{2x+3y}{6}$ ; В)  $\frac{2y-3x}{6}$ ; Г)  $\frac{3x+2y}{6}$ .

1.4. Розв'яжіть нерівність  $3x^2 - 5x + 2 \geq 0$ .

А)  $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right] \cup [1; +\infty)$ ; В)  $(-\infty; -1] \cup \left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$ ;

Б)  $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (1; +\infty)$ ; Г)  $\left[\frac{2}{3}; 1\right]$ .

1.5. Знайдіть корені рівняння  $\sin x = -\frac{1}{2}$ .

А)  $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; В)  $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;

Б)  $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; Г)  $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

1.6. Обчисліть  $5^{2-\sqrt{3}} : 5^{3-\sqrt{3}}$ .

А)  $5^{5-2\sqrt{3}}$ ; Б) 5; В)  $\frac{1}{5}$ ; Г) 1.

1.7. Підкинули гральний кубик. Яка ймовірність того, що випало парне число?

А)  $\frac{1}{3}$ ; Б)  $\frac{1}{2}$ ; В)  $\frac{5}{6}$ ; Г)  $\frac{2}{3}$ .

1.8. Знайдіть невизначений інтеграл  $\int \left( 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx$ .

А)  $x^4 - \ln|x| + C$ ;      В)  $12x^2 + \frac{1}{x^2} + C$ ;

Б)  $x^4 + \ln|x| + C$ ;      Г)  $12x^2 - \frac{1}{x^2} + C$ .

1.9. Яке з рівнянь є рівнянням кола?

А)  $x + y = 4$ ;      Б)  $x^2 + y^2 = 4$ ;      В)  $x + y^2 = 4$ ;      Г)  $x^2 + y^3 = 4$ .

1.10. Знайдіть висоту прямокутного трикутника, що проведена до гіпотенузи, якщо вона ділить гіпотенузу на відрізки завдовжки 1 см і 9 см.

А) 4 см;      Б) 6 см;      В) 3 см;      Г) 9 см.

1.11.  $AC$  – перпендикуляр, проведений з точки  $A$  до площини  $\alpha$ , а  $AB$  – похила. Порівняйте  $AB$  і  $AC$ .

А)  $AB > AC$ ;      В)  $AB < AC$ ;

Б)  $AB = AC$ ;      Г) порівняти неможливо.

1.12. Прямокутний трикутник з катетом 4 см і гіпотенузою 5 см обертають навколо даного катета. Знайдіть площу повної поверхні утвореного конуса.

А)  $100\pi \text{ см}^2$ ;      Б)  $80\pi \text{ см}^2$ ;      В)  $32\pi \text{ см}^2$ ;      Г)  $24\pi \text{ см}^2$ .

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Спростіть вираз  $\frac{\sin 4\alpha + 2\cos 3\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha - 2\sin 3\alpha - \cos 2\alpha}$ .

2.2. Розв'яжіть нерівність  $\log_{0,5}(x^2 + 3x) \leq -2$ .

2.3. Знайдіть точки максимуму функції  $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{9}{x}$ .

2.4. Основою прямого паралелепіпеда є паралелограм зі сторонами 7 см і 3 см та гострим кутом  $30^\circ$ . Знайдіть об'єм паралелепіпеда, якщо його повна поверхня дорівнює  $141 \text{ см}^2$ .



## ВАРІАНТ 20

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Знайдіть значення виразу  $(-2 - (-8)) : (-2)$ .

- А) -3; Б) 3; В) 5; Г) -5.

1.2. Розв'яжіть рівняння  $6x = -12$ .

- А) 2; Б) -2; В) 6; Г) рівняння не має розв'язків.

1.3. Піднесіть до степеня  $\left(-\frac{2c^3}{p}\right)^5$ .

- А)  $\frac{10c^8}{p^5}$ ; Б)  $\frac{32c^{15}}{p^5}$ ; В)  $-\frac{32c^{15}}{p^{15}}$ ; Г)  $-\frac{32c^{15}}{p^5}$ .

1.4. Знайдіть абсцису вершини параболи, яка є графіком функції  $y = x^2 - 4x - 5$ .

- А) -4; Б) 4; В) 2; Г) -2.

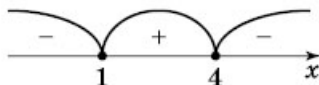
1.5. Розв'яжіть рівняння  $\log_{\frac{1}{3}} x = -1$ .

- А)  $\frac{1}{3}$ ; Б) -1; В) 1; Г) 3.

1.6. Спростіть вираз  $\frac{p^{\frac{4}{7}} p^{-\frac{1}{21}}}{p^{\frac{11}{21}}}$ .

- А) 1; Б)  $p$ ; В)  $p^{\frac{22}{21}}$ ; Г)  $p^{\frac{2}{21}}$ .

1.7. Знак похідної функції  $y = g(x)$ , визначеної на  $R$ , змінюється за схемою, зображеною на рисунку. Визначте точки мінімуму функції.



- А) 4; Б) 1; В) 1; 4; Г) немає точок мінімуму.

1.8. Гральний кубик підкидають один раз. Яка ймовірність того, що випало число, яке є дільником числа 24?

- А)  $\frac{1}{3}$ ; Б)  $\frac{1}{2}$ ; В)  $\frac{5}{6}$ ; Г) 1.

- 1.9. Яка з фігур є правильним многокутником?  
 А) трапеція; В) прямокутний трикутник;  
 Б) квадрат; Г) коло.
- 1.10. У прямокутній трапеції тупий кут утричі більший за гострий. Знайдіть градусну міру гострого кута трапеції.  
 А)  $75^\circ$ ; Б)  $65^\circ$ ; В)  $55^\circ$ ; Г)  $45^\circ$ .
- 1.11. Скільки ребер має п'ятикутна призма?  
 А) 5; Б) 10; В) 15; Г) 20.
- 1.12. Перерізом кулі площиною, яка проведена на відстані 4 см від центра, є круг площею  $9\pi \text{ см}^2$ . Знайдіть об'єм кулі.  
 А)  $\frac{500\pi}{3} \text{ см}^3$ ; Б)  $125\pi \text{ см}^3$ ; В)  $600\pi \text{ см}^3$ ; Г)  $\frac{125\pi}{3} \text{ см}^3$ .

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 2$ .
- 2.2. Розв'яжіть нерівність  $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^x \geq 30$ .
- 2.3. На графіку функції  $f(x) = x^2 - 2x - 4$  знайдіть точку, в якій дотична до цього графіка паралельна прямій  $y = 4x + 7$ .
- 2.4. Кут між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  дорівнює  $120^\circ$ . Знайдіть  $\vec{a}(2\vec{a} - \vec{b})$ , якщо  $|\vec{a}| = 3$ ;  $|\vec{b}| = 2$ .

## ВАРІАНТ 21

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть  $2 \cdot (70 - 8^2)$ .

- А) 108;    Б) 76;    В) 268;    Г) 12.

1.2. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} x + y = 3, \\ 3x - y = 5. \end{cases}$

- А) (1; 2);    Б) (2; 1);    В) (-4; 7);    Г) (1; -2).

1.3. Спростіть вираз  $(a^4)^{-2}$ .

- А)  $a^2$ ;    Б)  $a^{-2}$ ;    В)  $a^{-8}$ ;    Г)  $a^6$ .

1.4.  $(a_n)$  – арифметична прогресія,  $a_1 = 5$ ;  $a_2 = 7$ . Знайдіть  $a_{21}$ .

- А) 43;    Б) 45;    В) 47;    Г) інша відповідь.

1.5. Для функції  $y = \sin x$  знайдіть  $y\left(\frac{\pi}{6}\right)$ .

- А) 0;    Б)  $\frac{1}{2}$ ;    В)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;    Г) 1.

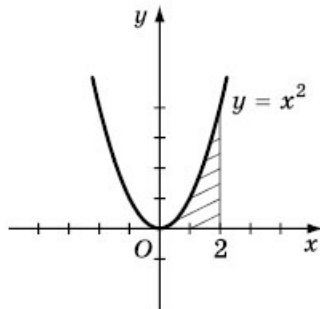
1.6. Обчисліть  $3\log_7 49 - \log_2 8$ .

- А) 9;    Б) 6;    В) 3;    Г) інша відповідь.

1.7. Знайдіть похідну функції  $y = \cos x - x^2$ .

- А)  $\sin x - 2x$ ;    Б)  $-\cos x + 2x$ ;    В)  $-\sin x - 2x$ ;    Г)  $-\sin x + 2x$ .

1.8. Знайдіть площу заштрихованої фігури, зображеної на рисунку.



- А)  $2\frac{2}{3}$ ;    Б) 4;    В) 3;    Г)  $3\frac{1}{3}$ .

- 1.9. Промінь  $AK$  – бісектриса кута  $BAC$ . Знайдіть градусну міру кута  $KAC$ , якщо  $\angle BAC = 40^\circ$ .  
 А)  $20^\circ$ ;    Б)  $40^\circ$ ;    В)  $60^\circ$ ;    Г)  $80^\circ$ .
- 1.10. Знайдіть довжину дуги кола радіуса 6 см, яка відповідає центральному куту  $120^\circ$ .  
 А) 12л см; Б) 6л см; В) 4л см; Г) 2л см.
- 1.11. Знайдіть об'єм піраміди, площа основи якої дорівнює  $15 \text{ см}^2$ , а висота – 4 см.  
 А)  $60 \text{ см}^3$ ; Б)  $20 \text{ см}^3$ ; В)  $30 \text{ см}^3$ ; Г)  $240 \text{ см}^3$ .
- 1.12. Площини  $\alpha$  і  $\beta$  перетинаються по прямої  $m$ . Пряма  $a$  належить площині  $\alpha$ . Як можуть бути розташовані прямі  $a$  і  $m$ ? Виберіть правильне твердження.  
 А) прямі  $a$  і  $m$  можуть перетинатися, не можуть бути паралельними або мимобіжними;  
 Б) прямі  $a$  і  $m$  можуть бути паралельними, не можуть бути мимобіжними або перетинатися;  
 В) прямі  $a$  і  $m$  можуть бути мимобіжними, не можуть бути паралельними або перетинатися;  
 Г) прямі  $a$  і  $m$  можуть перетинатися або бути паралельними, не можуть бути мимобіжними.

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння  $4 \cdot 3^{2x} + 3x \cdot 4^x - 3 \cdot 4^{2x} = 0$ .
- 2.2. З натуральних чисел від 1 до 30 навмання вибирають одне. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 30?
- 2.3. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{2 + \sqrt{x-1}} = 3$ .
- 2.4. Хорда, що лежить в основі циліндра, дорівнює  $3\sqrt{3}$  см і стягує дугу  $120^\circ$ . Відрізок, що сполучає один з кінців хорди із центром іншої основи, утворює з площиною основи кут  $45^\circ$ . Знайдіть площу повної поверхні циліндра.

## ВАРІАНТ 22

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Учень мав 24 грн. На придбання книжки він витратив 6 грн. Який відсоток грошей витратив учень?

- А) 6 %; Б) 20 %; В) 25 %; Г) 100 %.

1.2. Подайте у вигляді квадрата двочлена вираз  $4x^2 - 4x + 1$ .

- А)  $(2x - 1)^2$ ; Б)  $(2x + 1)^2$ ; В)  $(1 + 2x)^2$ ; Г)  $(x - 2)^2$ .

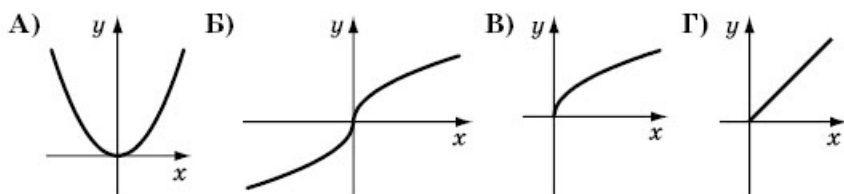
1.3. Спростіть вираз  $\sqrt{48} + \sqrt{75} - \sqrt{108}$ .

- А)  $2\sqrt{3}$ ; Б)  $3\sqrt{3}$ ; В)  $\sqrt{15}$ ; Г)  $-\sqrt{3}$ .

1.4. При округленні числа 13,4 отримали наближену рівність  $13,4 \approx 13$ . Знайдіть абсолютну похибку обчислення.

- А) 0,6; Б) -0,6; В) -0,4; Г) 0,4.

1.5. На якому з рисунків схематично зображено графік функції  $y = \sqrt[6]{x}$ ?



1.6. Розв'яжіть рівняння  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = -1$ .

- А)  $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; Б)  $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$ ;  
 В)  $-\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; Г)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

1.7. На тарілці лежить 5 яблук і 4 груші. Скількома способами з тарілки можна взяти одне яблуко і одну грушу?

- А) 9; Б) 12; В) 16; Г) 20.

1.8. Знайдіть похідну функції  $y = \sin 4x$ .

- А)  $\cos 4x$ ; Б)  $\frac{1}{4} \cos 4x$ ; В)  $4 \cos 4x$ ; Г)  $-4 \cos 4x$ .

1.9. Яка точка симетрична точці  $(-1; 2)$  відносно початку координат?

- А)  $(1; -2)$ ; Б)  $(-1; -2)$ ; В)  $(2; -1)$ ; Г)  $(1; 2)$ .

- 1.10. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 8 см, а кут при основі  $75^\circ$ . Знайдіть площу трикутника.  
 А)  $8 \text{ см}^2$ ; Б)  $16 \text{ см}^2$ ; В)  $32 \text{ см}^2$ ; Г)  $16\sqrt{3} \text{ см}^2$ .
- 1.11. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 3 см, а апофема – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.  
 А)  $30 \text{ см}^2$ ; Б)  $15 \text{ см}^2$ ; В)  $60 \text{ см}^2$ ; Г)  $45 \text{ см}^2$ .
- 1.12. Пряма  $a$  перпендикулярна до площини  $\alpha$ , а пряма  $b$  перетинає площину  $\alpha$ , але не є перпендикулярною до неї. Як можуть бути розташовані прямі  $a$  і  $b$ ? Виберіть правильне твердження.  
 А) прямі  $a$  і  $b$  можуть бути паралельними, не можуть бути мимобіжними або перетинатися;  
 Б) прямі  $a$  і  $b$  можуть бути мимобіжними, не можуть бути паралельними або перетинатися;  
 В) прямі  $a$  і  $b$  можуть перетинатися, не можуть бути паралельними або мимобіжними;  
 Г) прямі  $a$  і  $b$  можуть перетинатися або можуть бути мимобіжними, не можуть бути паралельними.

## Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Знайдіть область визначення функції

$$f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x^2 - 4x}.$$

- 2.2. Розв'яжіть рівняння  $\frac{2}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_2 x - 2} = 1$ .

- 2.3. Для функції  $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$  знайдіть період, графік якої проходить через точку  $A\left(\frac{\pi}{12}; 2,5\right)$ .

- 2.4. У посудині, що має форму циліндра, рівень води перебуває на висоті 45 см. На якій висоті перебуватиме рівень води, якщо її перелити у посудину циліндричної форми, радіус якої у 3 рази більший за радіус даної?

## ВАРІАНТ 23

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть  $3,9 + 5,3$ .

- А) 8,12;    Б) 8,93;    В) 8,2;    Г) 9,2.

1.2. Знайдіть різницю многочленів  $(2x^2 - 3x + 5) - (2x^2 - 5x - 1)$ .

- А)  $2x + 6$ ;    Б)  $2x - 6$ ;    В)  $4x^2 - 8x + 4$ ;    Г)  $-2x + 6$ .

1.3. Чому дорівнює добуток коренів рівняння  $x^2 + 3x - 4 = 0$ ?

- А) 4;    Б) -4;    В) 3;    Г) -3.

1.4. Відомо, що  $a > b$ ,  $0 < b$ ,  $0 > c$ . Розташуйте в порядку зростання числа  $a, b, c, 0$ .

- А)  $c, b, 0, a$ ;    Б)  $a, b, 0, c$ ;    В)  $c, 0, b, a$ ;    Г)  $0, c, b, a$ .

1.5. Розв'яжіть нерівність  $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{3}$ .

- А)  $x \leq 1$ ;    Б)  $x \geq 1$ ;    В)  $x < 1$ ;    Г)  $x > 1$ .

1.6. Спростіть вираз  $\cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$ .

- А)  $\cos \alpha$ ;    Б)  $\sin \alpha$ ;    В)  $-\sin \alpha$ ;    Г)  $-\cos \alpha$ .

1.7. Знайдіть невизначений інтеграл  $\int x^3 dx$ .

- А)  $3x^2$ ;    Б)  $3x^2 + C$ ;    В)  $\frac{x^4}{4}$ ;    Г)  $\frac{x^4}{4} + C$ .

1.8. Знайдіть точки мінімуму функції  $f(x) = x^3 - 6x^2$ .

- А) 4;    Б) 0;    В) 0; 4;    Г) функція не має точок мінімуму.

1.9. Знайдіть більший кут паралелограма, якщо сума двох його кутів дорівнює  $140^\circ$ .

- А)  $70^\circ$ ;    Б)  $90^\circ$ ;    В)  $110^\circ$ ;    Г)  $140^\circ$ .

1.10. Діагональ квадрата дорівнює  $4\sqrt{2}$  см. Знайдіть довжину сторони квадрата.

- А) 2 см;    Б) 4 см;    В) 6 см;    Г) 8 см.

1.11. Радіус основи конуса дорівнює 2 см, а твірна – 3 см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.

- А)  $2\pi \text{ см}^2$ ;    Б)  $4\pi \text{ см}^2$ ;    В)  $6\pi \text{ см}^2$ ;    Г)  $9\pi \text{ см}^2$ .

- 1.12. Відстань від якої з точок:  $A(-2; 0; 3)$  чи  $B(1; -1; 3)$  – до початку координат менша?
- А)  $A$ ;            В) на однакових відстанях;  
 Б)  $B$ ;            Г) неможливо визначити.

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Обчисліть  $2^{\log_4 81 - \log_8 27}$ .
- 2.2. Розв'яжіть рівняння  $P_{x+2} = 56P_x$ .
- 2.3. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями  $y = \sin 2x$ ,  $y = 0$ ,  
 $x = \frac{\pi}{6}$  і  $x = \frac{\pi}{3}$ .
- 2.4. Двогранний кут при основі правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $30^\circ$ , а відрізок, що сполучає основу висоти піраміди і середину апофеми, – 2 дм. Знайдіть об'єм піраміди.



## ВАРІАНТ 24

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть  $3\frac{2}{7} - 2\frac{1}{5}$ .

- А)  $1\frac{1}{2}$ ;      Б)  $1\frac{1}{35}$ ;      В)  $1\frac{3}{35}$ ;      Г)  $1\frac{17}{35}$ .

1.2. Перетворіть вираз  $(x + 5)^2$  у многочлен.

- А)  $x^2 + 5x + 25$ ;      В)  $x^2 - 10x + 25$ ;  
Б)  $x^2 + 10x + 25$ ;      Г)  $x^2 + 10x + 5$ .

1.3. Скоротіть дріб  $\frac{3x^2 - 27}{18 - 6x}$ .

- А)  $-\frac{x}{2} + 1,5$ ;      Б)  $-\frac{x+3}{2}$ ;      В)  $\frac{x+3}{2}$ ;      Г)  $-\frac{x+3}{2}$ .

1.4. Яке із чисел є розв'язком нерівності  $x^2 + 2x - 3 \geq 0$ ?

- А) -3;      Б) -2;      В) -1;      Г) 0.

1.5. Яке з рівнянь має розв'язки?

- А)  $\sin x = -2$ ;      В)  $\cos x = 2$ ;  
Б)  $\sin x = 2$ ;      Г)  $\operatorname{tg} x = 2$ .

1.6. Розв'яжіть рівняння  $2^{x-2} + 2^x = 10$ .

- А) 1;      Б) 2;      В) 3;      Г) 4.

1.7. Яка з наведених подій вірогідна?

- А) виграти в лотерею;  
Б) сонце зійшло на заході;  
В) після 1 березня настане 2 березня;  
Г) при підкиданні монети випав герб.

1.8. Обчисліть  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x)$ .

- А) 2;      Б) 1;      В) -1;      Г) 0.

1.9.  $\triangle ABC \sim \triangle MNQ$ ;  $\angle B = 135^\circ$ . Який з кутів трикутника  $MNQ$  дорівнює  $135^\circ$ ?

- А)  $M$ ;      Б)  $N$ ;      В)  $Q$ ;      Г) жодний.

- 1.10. У трикутнику  $ABC$   $AB = 2\sqrt{2}$  см,  $\angle A = 15^\circ$ ,  $\angle C = 135^\circ$ . Знайдіть  $AC$ .  
 А)  $\frac{2}{\sin 15^\circ}$  см;    Б)  $2\sin 15^\circ$  см;    В) 2 см;    Г)  $\frac{1}{2}$  см.
- 1.11. Радіус основи конуса дорівнює 6 см, а твірна нахилена до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Знайдіть твірну конуса.  
 А)  $3\sqrt{3}$  см;    Б) 6 см;    В) 15 см;    Г) 12 см.
- 1.12. У правильній чотирикутній призмі сторона основи дорівнює  $3\sqrt{2}$  см, а бічне ребро – 5 см. Знайдіть площу діагонального перерізу призми.  
 А)  $30$  см<sup>2</sup>;    Б)  $30\sqrt{2}$  см<sup>2</sup>;    В)  $15\sqrt{2}$  см<sup>2</sup>;    Г)  $15$  см<sup>2</sup>.

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Спростіть вираз  $\cos(\pi + \alpha)\cos(\alpha - 2\pi) + \sin^2\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$ .
- 2.2. При яких значеннях  $x$  функція  $y = \frac{1 - \lg x}{|x| + 2}$  набуває додатних значень?
- 2.3. Знайдіть критичні точки функції  $f(x) = \frac{3 - x^2}{x + 2}$ .
- 2.4. Діагональ перерізу циліндра, який паралельний його осі, дорівнює 8 см і утворює з площиною основи кут  $30^\circ$ . Переріз відтинає від кола основи дугу  $120^\circ$ . Знайдіть радіус основи циліндра.

## ВАРІАНТ 25

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Який з наведених дробів є правильним?

- А)  $\frac{7}{3}$ ;      Б)  $\frac{7}{7}$ ;      В)  $\frac{3}{7}$ ;      Г)  $\frac{3}{1}$ .

1.2. Розв'яжіть рівняння  $-9x + 1,5 = -\frac{1}{4}x + 5$ .

- А) 0,6;      Б)  $-\frac{1}{4}$ ;      В) -0,4;      Г) -0,6.

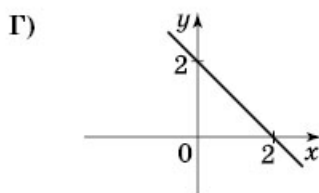
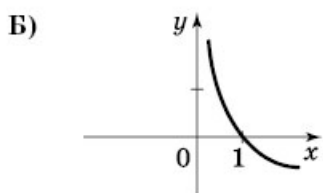
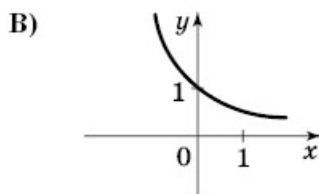
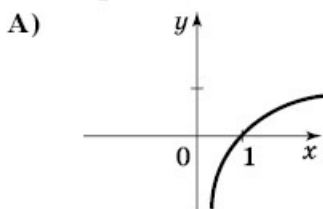
1.3. Подайте у вигляді дробу  $\left(-\frac{2}{y^2}\right)^3$ .

- А)  $\frac{8}{y^6}$ ;      Б)  $-\frac{8}{y^6}$ ;      В)  $-\frac{6}{y^5}$ ;      Г)  $-\frac{8}{y^5}$ .

1.4. Знайдіть нулі функції  $y = 7x^2 - 9x$ .

- А) 0;  $-1\frac{2}{7}$ ;      Б) 0;  $-\frac{7}{9}$ ;      В) 0;  $\frac{7}{9}$ ;      Г) 0;  $1\frac{2}{7}$ .

1.5. На якому з рисунків схематично зображено графік функції  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ ?



1.6. Обчисліть  $\sqrt[3]{-\frac{1}{64}} + \sqrt[5]{\frac{1}{32}} - \sqrt{\frac{1}{16}}$ .

- А) 0;      Б)  $\frac{1}{2}$ ;      В)  $-\frac{1}{2}$ ;      Г)  $-\frac{1}{4}$ .

- 1.7. Відомо, що  $f'(3) = 1$ . Знайдіть кут, що утворює дотична, проведена до графіка функції  $y = f(x)$  у точці з абсцисою 3, з додатним напрямом осі абсцис.  
 А)  $30^\circ$ ;    Б)  $45^\circ$ ;    В)  $60^\circ$ ;    Г)  $135^\circ$ .
- 1.8. Скількома способами з п'яти членів баскетбольної команди можна вибрати капітана та його заступника?  
 А) 10;    Б) 20;    В) 24;    Г) 120.
- 1.9. Гострий кут прямокутної трапеції дорівнює  $70^\circ$ . Знайдіть градусну міру тупого кута цієї трапеції.  
 А)  $110^\circ$ ;    Б)  $120^\circ$ ;    В)  $130^\circ$ ;    Г)  $140^\circ$ .
- 1.10. Порівняйте відстані  $AB$  та  $AC$ , якщо  $A(4; 2)$ ,  $B(1; -2)$ ,  $C(8; -1)$ .  
 А)  $AB = AC$ ;    Б)  $AB > AC$ ;    В)  $AB < AC$ ;    Г) неможливо порівняти.
- 1.11. Знайдіть об'єм циліндра, у якого радіус основи дорівнює 4 см, а висота 5 см.  
 А)  $16\pi \text{ см}^3$ ;    Б)  $100\pi \text{ см}^3$ ;    В)  $40\pi \text{ см}^3$ ;    Г)  $80\pi \text{ см}^3$ .
- 1.12. Якому з наведених чисел може дорівнювати загальна кількість ребер піраміди?  
 А) 2013;    Б) 2014;    В) 2015;    Г) 2047.

## Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Розв'яжіть рівняння  $\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ .

2.2. Розв'яжіть нерівність  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} \leq \frac{1}{8}$ .

2.3. Знайдіть похідну функції  $g(x) = \frac{x^2 - 4x}{x + 1}$  у точці  $x_0 = -2$ .

2.4. Висота конуса завдовжки 5 см, а різниця твірної і радіуса основи дорівнює 1 см. Знайдіть площу осевого перерізу конуса.

## ВАРІАНТ 26

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Виконайте ділення дробів  $1\frac{2}{5} : \frac{7}{10}$ .

- А) 2;      Б)  $1\frac{4}{7}$ ;      В)  $\frac{7}{25}$ ;      Г)  $\frac{49}{50}$ .

1.2. Для якої із наведених систем рівнянь розв'язком є пара чисел (1; 3)?

А)  $\begin{cases} x + y = 4, \\ x - y = 2; \end{cases}$     Б)  $\begin{cases} x + y = 4, \\ x - y = -2; \end{cases}$     В)  $\begin{cases} y - x = 2, \\ x + y = -4; \end{cases}$     Г)  $\begin{cases} y - x = -2, \\ x + y = 4. \end{cases}$

1.3. Обчисліть  $(-3)^{-2}$ .

- А) 6;      Б) -6;      В)  $-\frac{1}{9}$ ;      Г)  $\frac{1}{9}$ .

1.4. Яка з послідовностей є геометричною прогресією?

- А) 0; 1; 0; 1; Б) 1; 2; 4; 16; В) 1; 2; 4; 8;    Г) -1; 2; 4; 8.

1.5. Спростіть вираз  $\sin^2 \alpha - 1$ .

- А)  $\cos^2 \alpha$ ;    Б)  $-\cos^2 \alpha$ ;    В) -1;      Г)  $\cos \alpha$ .

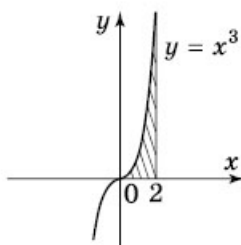
1.6. Розв'яжіть нерівність  $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq -1$ .

- А)  $[4; +\infty)$ ;    Б)  $(-\infty; 4]$ ;    В) (1; 4);    Г) (1; 4].

1.7. Знайдіть  $y' \left( -\frac{\pi}{2} \right)$ , якщо  $y = \sin x$ .

- А) 1;      Б) -1;      В) 0;      Г)  $\frac{1}{2}$ .

1.8. Знайдіть площу заштрихованої фігури, зображеної на рисунку.



- А) 8;      Б) 4;      В) 2;      Г) 16.

- 1.9. Знайдіть площу трикутника, одна із сторін якого дорівнює 6 см, а висота, що проведена до цієї сторони, – 7 см.  
 А)  $42 \text{ см}^2$ ; Б)  $24 \text{ см}^2$ ; В)  $10,5 \text{ см}^2$ ; Г)  $21 \text{ см}^2$ .
- 1.10. Один із суміжних кутів на  $20^\circ$  менший за інший. Знайдіть більший із суміжних кутів.  
 А)  $70^\circ$ ; Б)  $80^\circ$ ; В)  $100^\circ$ ; Г)  $120^\circ$ .
- 1.11. Знайдіть довжину вектора  $\vec{a}(-2; 1; 2)$ .  
 А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 4.
- 1.12. Радіус основи циліндра дорівнює 3 см, а висота – 8 см. Знайдіть діагональ осевого перерізу циліндра.  
 А)  $\sqrt{73}$  см; Б) 10 см; В)  $2\sqrt{7}$  см; Г)  $\sqrt{55}$  см.

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння  $5^{x-2} \cdot 2^{x+3} = 320$ .
- 2.2. Є 5 карток із числами 2, 4, 6, 8, 10. Навмання вибираємо три з них. Яка ймовірність того, що з них можна утворити арифметичну прогресію?
- 2.3. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-1} = \frac{3}{5}x$ .
- 2.4. У правильній трикутній піраміді бічні грані утворюють з площиною основи кути  $60^\circ$ . Знайдіть площу повної поверхні піраміди, якщо сторона основи піраміди дорівнює 2 дм.

## ВАРІАНТ 27

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Коренем якого з рівнянь є число 0?

- А)  $0 \cdot x = 5$ ; Б)  $2 + x = x - 3$ ; В)  $5x = 0$ ; Г)  $x + 2 = x + 4$ .

1.2. Розкладіть на множники вираз  $-100m^2 + p^4$ .

- А)  $(10m - p^2)(10m + p^2)$ ; Б)  $(p - 10m)(p + 10m)$ ;

- В)  $(p^2 - 10m)(p^2 + 10m)$ ; Г)  $(p^2 - 10m)^2$ .

1.3. Для функції  $y = \sqrt{x}$  знайдіть значення  $y$ , яке відповідає значенню  $x = 9$ .

- А) 3; Б) 81; В) 0; Г) неможливо визначити.

1.4. Швидкість автомобіля зросла з 80 км/год до 100 км/год. На скільки відсотків зросла швидкість автомобіля?

- А) 20 %; Б) 25 %; В) 30 %; Г) 40 %.

1.5. Яке із чисел є коренем рівняння  $\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{x - 1}$ ?

- А) 0; Б) 1; В) 2; Г) -1.

1.6. Розв'яжіть рівняння  $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$ .

- А)  $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$ ; В)  $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$ ;

- Б)  $\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$ ; Г)  $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$ .

1.7. Знайдіть моду вибірки 7; 1; 2; 3; 1; 2; 2.

- А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 7.

1.8. Розв'яжіть нерівність  $f'(x) > 0$ , де  $f(x) = x^2 - 2x$ .

- А)  $x > 1$ ; Б)  $x > 2$ ; В)  $x < 1$ ; Г)  $x \geq 1$ .

1.9. Знайдіть гіпотенузу прямокутного трикутника, якщо його катети дорівнюють 6 см і 8 см.

- А)  $2\sqrt{7}$  см; Б) 7 см; В) 9 см; Г) 10 см.

1.10. Серед точок  $P(-2; 5)$ ,  $M(-2; -5)$ ,  $K(5; -2)$ ,  $L(2; -5)$  укажіть пару точок, симетричних відносно осі ординат.

- А)  $M$  і  $P$ ; Б)  $M$  і  $L$ ; В)  $P$  і  $K$ ; Г)  $K$  і  $L$ .

1.11. Яке з тверджень правильне?

- А) через три точки завжди можна провести лише одну площину;
- Б) через три точки завжди можна провести лише дві площини;
- В) через три точки завжди можна провести безліч площин;
- Г) через три точки можна провести одну або безліч площин.

1.12. Твірна конуса дорівнює 8 см і утворює кут  $60^\circ$  із висотою. Знайдіть площу осового перерізу конуса.

- А)  $16\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>; Б)  $32\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>; В) 32 см<sup>2</sup>; Г) інша відповідь.

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Дослідіть функцію  $f(x) = \sin x - x^3$  на парність.

2.2. Розв'яжіть рівняння  $\log_2(2x - 1) = 2\log_2 3 - \log_2(x - 4)$ .

2.3. Обчисліть 
$$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{dx}{\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}.$$

2.4. Знайдіть площу повної поверхні прямокутного паралелепіпеда, якщо його діагональ більша за лінійні виміри відповідно на 1 см, 9 см і 10 см.



## ВАРІАНТ 28

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Відношення 20 : 15 дорівнює...

- А) 3 : 4;      Б) 10 : 5;      В) 5 : 3;      Г) 4 : 3.

1.2. Який з виразів є одночленом?

- А)  $7m + n$ ;      Б)  $7mn$ ;      В)  $7m - n$ ;      Г)  $\frac{7n}{m}$ .

1.3. Розв'яжіть рівняння  $5x - \frac{12}{7}x^2 = 0$ .

- А)  $\frac{12}{35}$ ;      Б)  $\frac{35}{12}$ ;      В)  $0; \frac{35}{12}$ ;      Г)  $0; \frac{12}{35}$ .

1.4. Якщо  $a > b$  і  $b > 0$ , то...

- А)  $a > 0$ ;      Б)  $a \leq 0$ ;      В)  $b > a$ ;      Г)  $2a < 2b$ .

1.5. Розв'яжіть рівняння  $4^{x-2} = 4^{3x}$ .

- А) 1;      Б) -1;      В) 3;      Г) рівняння не має розв'язків.

1.6. Знайдіть  $\cos \alpha$ , якщо  $\sin \alpha = 0,6$  і  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

- А)  $-\sqrt{0,4}$ ;      Б) 0,8;      В) -0,8;      Г) інша відповідь.

1.7. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції  $f(x) = \sin x$ .

- А)  $F(x) = \cos x + C$ ;      В)  $F(x) = -\sin x + C$ ;  
Б)  $F(x) = \cos x$ ;      Г)  $F(x) = -\cos x + C$ .

1.8. Знайдіть проміжки зростання функції  $f(x) = 3x - x^3$ .

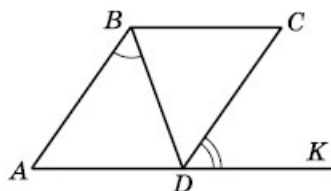
- А)  $(-\infty; -1]$ ,  $[1; +\infty)$ ;      Б)  $[-1; +\infty)$ ;      В)  $[-1; 1]$ ;      Г)  $(-\infty; 1]$ .

1.9. У трикутнику  $ABC$   $BC = 2$  см;  $AC = 6$  см;  $\sin A = 0,3$ . Знайдіть  $\sin B$ .

- А) 0,1;      Б) 0,3;      В) 0,8;      Г) 0,9.

1.10.  $ABCD$  – ромб,  $\angle ABD = 55^\circ$ .  
Знайдіть градусну міру кута  $CDK$ .

- А)  $40^\circ$ ;      В)  $60^\circ$ ;  
Б)  $50^\circ$ ;      Г)  $70^\circ$ .



- 1.11. Твірна циліндра дорівнює 12 см, а діагональ осевого перерізу – 13 см. Знайдіть діаметр основи циліндра.  
 А) 10 см;    Б) 5 см;    В) 2,5 см;    Г) 6 см.
- 1.12. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см і утворює кут  $45^\circ$  з бічним ребром. Знайдіть об'єм піраміди.  
 А)  $144 \text{ см}^3$ ;    Б)  $72 \text{ см}^3$ ;    В)  $288 \text{ см}^3$ ;    Г)  $432 \text{ см}^3$ .

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Обчисліть  $\frac{2\log_3 4 + \log_3 0,5}{\log_3 6 - \log_3 12}$ .
- 2.2. Скільки різних п'ятицифрових натуральних чисел можна скласти з цифр 0, 1, 3, 5, 7, якщо цифри в кожному числі не повторюються?
- 2.3. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями  $y = 2 - x^2$  і  $y = -x$ .
- 2.4. Через кінець  $C$  відрізка  $CD$  проведено площину  $\alpha$ . Через кінець  $D$  і точку  $A$  цього відрізка проведено паралельні прямі, які перетинають площину  $\alpha$  в точках  $D_1$  і  $A_1$  відповідно. Знайдіть довжину відрізка  $AA_1$ , якщо  $DD_1 = 15$  см і  $CA : AD = 2 : 1$ .

## ВАРІАНТ 29

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Яке з наведених чисел кратне 4?

- А) 2;    Б) 18;    В) 19;    Г) 20.

1.2. Перетворіть вираз  $\left(\frac{x}{2} - 0,4y\right)^2$  у многочлен.

- А)  $\frac{x^2}{4} - 0,8xy + 0,16y^2$ ;    В)  $\frac{x^2}{4} - 0,4xy + 1,6y^2$ ;  
 Б)  $\frac{x^2}{4} - 0,2xy + 0,16y^2$ ;    Г)  $\frac{x^2}{4} - 0,4xy + 0,16y^2$ .

1.3. Подайте у вигляді дробу  $\frac{7a}{4b} - \frac{3a}{4b}$ .

- А)  $\frac{4a}{b}$ ;    Б)  $\frac{a}{b}$ ;    В)  $\frac{a}{4b}$ ;    Г)  $\frac{5a}{2b}$ .

1.4. Розв'яжіть нерівність  $x^2 - 9 > 0$ .

- А)  $(3; +\infty)$ ;    В)  $(-3; 3)$ ;  
 Б)  $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ ;    Г)  $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ .

1.5. Розв'яжіть рівняння  $\cos x = 1$ .

- А)  $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;    В)  $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;  
 Б)  $\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;    Г)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

1.6. Знайдіть точку перетину графіків  $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$  і  $y = 5$ .

- А)  $(1; 5)$ ;    Б)  $(-1; 5)$ ;    В)  $(-1; -5)$ ;    Г)  $(5; -1)$ .

1.7. У шухляді 12 олівців, з яких 5 червоних. Навмання вибираємо один олівець. Яка ймовірність того, що він червоний?

- А)  $\frac{1}{5}$ ;    Б)  $\frac{7}{12}$ ;    В)  $\frac{5}{12}$ ;    Г)  $\frac{1}{12}$ .

1.8. Для функції  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$  знайдіть первісну  $F(x)$  таку, що

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2.$$

- А)  $F(x) = \operatorname{ctgx} + 1$ ;    В)  $F(x) = -\operatorname{tgx} + 3$ ;  
 Б)  $F(x) = \operatorname{tgx} + 1$ ;    Г)  $F(x) = -\operatorname{ctgx} + 3$ .

1.9. Яке з рівнянь є рівнянням прямої?

- А)  $2x - y = 5$ ;    Б)  $2x^2 - y = 5$ ; В)  $2x^2 + 2y^2 = 8$ ; Г)  $x - y^3 = 8$ .

1.10. Катет прямокутного трикутника дорівнює 6 см, а його проекція на гіпотенузу – 3 см. Знайдіть гіпотенузу трикутника.

- А) 8 см;    Б) 9 см;    В) 10 см;    Г) 12 см.

1.11. До площини  $\beta$  з точки  $B$  проведено перпендикуляр  $BK$  і похилу  $BL$ . Знайдіть  $LK$ , якщо  $BL = 5$  см;  $BK = 4$  см.

- А) 2 см;    Б) 3 см;    В) 1 см;    Г) 4 см.

1.12. На відстані 6 см від центра сфери проведено переріз, що перетинає сферу по колу, довжина якого дорівнює 16 см. Знайдіть площу сфери.

- А)  $100\pi$  см<sup>2</sup>;    Б)  $256\pi$  см<sup>2</sup>;    В)  $400\pi$  см<sup>2</sup>;    Г)  $800\pi$  см<sup>2</sup>.

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Спростіть вираз  $\frac{\cos(-\alpha)}{1 + \sin(-\alpha)} + \operatorname{tg}(-\alpha)$ .

2.2. Розв'яжіть нерівність  $\log_4(x^2 - 3x) \leq 1$ .

2.3. Знайдіть проміжки зростання функції  $f(x) = x + \frac{16}{x}$ .

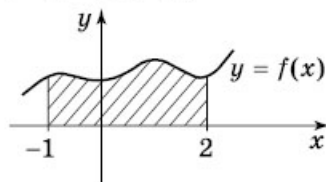
2.4. Основою прямого паралелепіпеда є ромб з периметром 20 см і діагоналлю 6 см. Більша діагональ паралелепіпеда дорівнює 10 см. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

## ВАРІАНТ 30

## Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Обчисліть  $(4 + (-2) - (-3)) \cdot (-8)$ .  
 А)  $-72$ ;    Б)  $8$ ;    В)  $40$ ;    Г)  $-40$ .
- 1.2. Розв'яжіть рівняння  $3x = 0$ .  
 А)  $3$ ;    В) немає розв'язків;  
 Б)  $x$  – будь-яке число;    Г)  $0$ .
- 1.3. Виконайте ділення  $\frac{a+b}{c-2d} : \frac{a^2+2ab+b^2}{c^2-2cd}$ .  
 А)  $\frac{a+b}{c}$ ;    Б)  $\frac{c}{a+b}$ ;    В)  $\frac{c}{a-b}$ ;    Г)  $-\frac{c}{a+b}$ .
- 1.4. Графіком якої з функцій є парабола, вітки якої напрямлені вниз?  
 А)  $y = 2x^2 - 3x$ ;    В)  $y = -2x^2 + 3x$ ;  
 Б)  $y = -2x + 3$ ;    Г)  $y = x^2 - 2x - 3$ .
- 1.5. Розв'яжіть рівняння  $\log_3 x = 2$ .  
 А)  $3$ ;    Б)  $8$ ;    В)  $9$ ;    Г) немає розв'язків.
- 1.6. Обчисліть  $\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}} - \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25}$ .  
 А)  $-3$ ;    Б)  $3$ ;    В)  $-7$ ;    Г)  $7$ .
- 1.7. За якою формулою можна знайти площу заштрихованої на рисунку фігури?



- А)  $\int_{-1}^0 f(x) dx$ ;    В)  $\int_0^2 f(x) dx$ ;  
 Б)  $\int_{-1}^2 f(x) dx$ ;    Г)  $\int_2^{-1} f(x) dx$ .

- 1.8. У класі 12 хлопців і 16 дівчат. Яка ймовірність того, що навання обраний учень цього класу – хлопець?  
 А)  $\frac{3}{7}$ ;    Б)  $\frac{4}{7}$ ;    В)  $\frac{3}{4}$ ;    Г) інша відповідь.

- 1.9. Знайдіть довжину кола, діаметр якого дорівнює 6 см.  
 А) 3л см;      Б) 6л см;      В) 12л см;      Г) 18л см.
- 1.10. Основа трапеції дорівнює 10 см, а її середня лінія – 6 см.  
 Знайдіть довжину іншої основи.  
 А) 2 см;      Б) 4 см;      В) 6 см;      Г) 8 см.
- 1.11. Площа основи трикутної прямої призми дорівнює 6 см<sup>2</sup>, а площі бічних граней – 12 см<sup>2</sup>, 16 см<sup>2</sup> і 20 см<sup>2</sup>. Знайдіть площу повної поверхні призми.  
 А) 54 см<sup>2</sup>;      Б) 108 см<sup>2</sup>;      В) 60 см<sup>2</sup>;      Г) 72 см<sup>2</sup>.
- 1.12. Діагональ осевого перерізу циліндра дорівнює 17 см, а висота – 15 см. Знайдіть об'єм циліндра.  
 А) 960л см<sup>3</sup>;      Б) 120л см<sup>3</sup>;      В) 255л см<sup>3</sup>;      Г) 240л см<sup>3</sup>.

### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Розв'яжіть рівняння  $\frac{7}{\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)} = -7$ .

2.2. Знайдіть область визначення функції  $y = \frac{1}{\sqrt{4^x - 2^{x-3}}}$ .

2.3. Тіло рухається прямолінійно за законом  $x(t) = 2t^2 - 20t + 3$  ( $x$  вимірюється у метрах,  $t$  – у секундах). У який момент часу швидкість тіла буде дорівнювати 8 м/с?

2.4. На осі абсцис знайдіть точку, рівновіддалену від точок  $A(2; 3; 3)$  і  $B(3; 1; 4)$ .

## РОЗДІЛ II

## ВАРІАНТ 1

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Обчисліть значення виразу  $\log_2 \left( \log_3 \cos \frac{\pi}{6} - \log_3 \sin \frac{\pi}{6} \right)$ .

3.2. Знайдіть координати точки на прямій  $y = 2 - 7x$ , якщо різниця квадратів абсциси та ординати цієї точки є найбільшою.

3.3. Висота конуса дорівнює діаметру його основи. Знайдіть відношення площі його основи до площі бічної поверхні.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $\sqrt{x^2 + 8x - 9(x - a)} \geq 0$ .

4.2<sup>М</sup>. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіками функцій  $y = |4 - x^2|$  та  $y = 4 + 2|x|$ .

4.3<sup>М</sup>. Кути при основі трапеції дорівнюють  $20^\circ$  і  $70^\circ$ , а довжина відрізка, який з'єднує середини основ, – 2 см. Знайдіть довжини основ трапеції, якщо довжина її середньої лінії дорівнює 4 см.

4.4<sup>М</sup>. У кулю радіуса  $R$  вписано прямокутний паралелепіпед, діагональ якого утворює з площиною основи кут  $\alpha$ , а з меншою бічною гранню – кут  $\beta$ . Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.

## ВАРІАНТ 2

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть найменший додатний корінь рівняння

$$3\cos x - \sin 2x = 0.$$

3.2. Розкладіть число 24 на два доданки так, щоб сума кубів цих доданків була найменшою.

3.3. Основою прямого паралелепіпеда є паралелограм зі сторонами 3 м і 4 м. Одна з діагоналей паралелепіпеда дорівнює 5 м, а інша – 7 м. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $\sqrt{x - a(x^2 - 5x + 6)} \geq 0$ .

4.2<sup>М</sup>. Визначте кількість коренів рівняння

$$\cos \frac{\pi(x-4)}{2} \lg((x-6)(23-x)) = 0.$$

4.3<sup>М</sup>. У рівносторонній трикутник  $ABC$  вписано інший рівносторонній трикутник  $EFG$ , вершини якого лежать на сторонах першого трикутника і ділять кожну з них у відношенні 1 : 2. Знайдіть відношення площ трикутників  $EFG$  і  $ABC$ .

4.4<sup>М</sup>. У правильній чотирикутній піраміді сторона основи дорівнює  $a$ , двогранний кут при ребрі основи –  $\alpha$ . Знайдіть об'єм кулі, описаної навколо цієї піраміди.



## ВАРІАНТ 3

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Знайдіть найменше та найбільше значення функції  $f(x) = xe^{-x}$  на проміжку  $[0; 2]$ .
- 3.2. Обчисліть значення виразу  $16 \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ$ .
- 3.3. Бічні ребра трикутної піраміди взаємно перпендикулярні. Кожне бічне ребро дорівнює  $a$ . Знайдіть об'єм піраміди.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть рівняння  $||x - 1| - 4| = a$ .
- 4.2<sup>М</sup>. Розв'яжіть нерівність  $2^{x^2+1} \geq 2 \cos x$ .
- 4.3<sup>М</sup>. Навколо даного квадрата описано коло. В один з утворених сегментів вписано квадрат так, що дві його вершини лежать на стороні даного квадрата, а дві інші вершини лежать на описаному колі. Знайдіть відношення довжин сторін даного і вписаного квадратів.
- 4.4<sup>М</sup>. У зрізаному конусі твірна нахилена до більшої основи під кутом  $\alpha$ . У цей конус вписано кулю радіуса  $r$ . Знайдіть довжину лінії, вздовж якої куля дотикається до бічної поверхні конуса.

## ВАРІАНТ 4

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть нерівність  $\frac{x^2 + 5x + 7}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}} > 0$ .

3.2. Побудуйте графік функції  $f(x) = \sqrt[4]{(x^2 - 4)^4}$ .

3.3. У правильній чотирикутній зрізаній піраміді площі нижньої та верхньої основ відповідно дорівнюють  $Q$  і  $q$ , а бічне ребро утворює з площиною основи кут  $45^\circ$ . Знайдіть площу діагонального перерізу цієї зрізаної піраміди.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Знайдіть усі значення параметра  $a$ , при яких рівняння  $\cos^2 2x - a \cos 2x = 0$  на проміжку  $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$  має два корені.

4.2<sup>М</sup>. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіками функцій  $y = 2 - |2 - x|$  та  $y = \frac{3}{x}$ .

4.3<sup>М</sup>. Сторони трикутника відносяться як 3 : 4 : 5. Знайдіть відношення площ описаного та вписаного в нього кругів.

4.4<sup>М</sup>. Навколо конуса, твірна якого нахилена до площини основи під кутом  $\alpha$ , описано кулю. Знайдіть відношення об'єму конуса до об'єму кулі.

## ВАРІАНТ 5

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Знайдіть найменше та найбільше значення функції  $f(x) = xe^{2x}$  на проміжку  $[-2; 0]$ .
- 3.2. Знайдіть значення виразу  $\frac{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = 3$ .
- 3.3. Кулю перерізано двома паралельними площинами так, що площі утворених перерізів дорівнюють  $25\pi \text{ см}^2$  і  $144\pi \text{ см}^2$ . Центр кулі лежить між площинами, а відстань між ними дорівнює 17 см. Знайдіть площу поверхні кулі.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1<sup>М</sup>. Знайдіть усі значення параметра  $a$ , при яких рівняння  $16^x - (a + 1) \cdot 4^x + 4a - 12 = 0$  має один корінь.
- 4.2<sup>М</sup>. У прямокутній системі координат на площині побудуйте множину точок  $(x; y)$ , що задовольняє нерівність  $\log_3(y - 1) > \log_{\frac{1}{3}}(x + 1)$ .
- 4.3<sup>М</sup>. Пряма, паралельна одній зі сторін трикутника, ділить його на дві частини так, що відношення площі утвореного трикутника до площі утвореного чотирикутника дорівнює 4 : 5. В якому відношенні ця пряма ділить інші дві сторони трикутника?
- 4.4<sup>М</sup>. Дві правильні чотирикутні піраміди мають спільну основу, і одна з них знаходиться всередині другої. Бічне ребро більшої піраміди нахилене до площини основи під кутом  $\alpha$ , а меншої – під кутом  $\beta$ . Радіус кола, описаного навколо спільної основи пірамід, дорівнює  $R$ . Знайдіть об'єм частини простору, обмеженої бічними гранями цих пірамід.

## ВАРІАНТ 6

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Знайдіть точки екстремуму функції  $f(x) = x^3 - 3x^2 - \sin \frac{\pi}{4}$ .
- 3.2. Побудуйте графік функції  $f(x) = \log_2 \log_{2-x}(2-x)^x$ .
- 3.3. Площа бічної поверхні зрізаного конуса дорівнює  $S$ , його твірна –  $l$ , а висота –  $H$ . Знайдіть площу осьового перерізу цього зрізаного конуса.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $(x - a) \cdot \arccos(x - 3) \geq 0$ .
- 4.2<sup>М</sup>. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіками функцій  $y = 2 - |2 + x|$  та  $y = \left| \frac{3}{x} \right|$ .
- 4.3<sup>М</sup>. Знайдіть кут між медіанами, проведеними до катетів у рівнобедреному прямокутному трикутнику.
- 4.4<sup>М</sup>. Бічне ребро правильної трикутної піраміди дорівнює  $b$  і утворює з площиною основи кут  $\alpha$ . У цю піраміду вписано циліндр, висота якого дорівнює діаметру, а основа лежить у площині основи піраміди. Знайдіть висоту циліндра.

## ВАРІАНТ 7

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Знайдіть найбільший від'ємний корінь рівняння  $5\cos x + 2\sin 2x = 0$ .
- 3.2. Подайте число 3 у вигляді суми двох додатних чисел так, щоб сума потроєного першого числа та куба другого числа була найменшою.
- 3.3. Основою піраміди є трапеція, паралельні сторони якої дорівнюють 6 см і 8 см, а висота 7 см. Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 13 см. Знайдіть висоту піраміди.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $\log_{x+1}(x-a) > 2$ .
- 4.2<sup>М</sup>. Знайдіть площу фігури, обмеженої графіком функції  $y = 2\sqrt{x}$  і дотичною, проведеною до графіка функції  $y = 1 + \ln x$  у точці з абсцисою  $x_0 = 1$ .
- 4.3<sup>М</sup>. Трикутник повернуто навколо центра ваги на кут  $180^\circ$ . Знайдіть відношення площі спільної частини початкового та повернутого трикутників до площі початкового трикутника.
- 4.4<sup>М</sup>. Твірна конуса утворює з його віссю кут  $\alpha$ . У цей конус вписано кулю. Знайдіть відношення об'єму конуса до об'єму кулі.

## ВАРІАНТ 8

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть рівняння  $\frac{1 + \sqrt{2 \log_2 x + 1}}{\log_2 x} = 1$ .

3.2. Знайдіть координати точки на прямій  $y = x - 5$ , відстань до якої від заданої точки  $A(0; 3)$  є найменшою.

3.3. Висота конуса дорівнює  $H$ . Площина, проведена паралельно основі конуса, ділить його бічну поверхню навпіл. Знайдіть відстань від цієї площини до вершини конуса.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  вкажіть кількість точок перетину графіка функції  $f(x) = x^2 + 4x - |2x + 4|$  і прямої  $y = a$ .

4.3<sup>М</sup>. Обчисліть значення виразу

$$\cos \frac{\pi}{33} \cos \frac{2\pi}{33} \cos \frac{4\pi}{33} \cos \frac{8\pi}{33} \cos \frac{16\pi}{33}.$$

4.3<sup>М</sup>. У прямокутну трапецію вписано коло. Доведіть, що площа цієї трапеції дорівнює добутку довжин її основ.

4.4<sup>М</sup>. У кулю, радіус якої дорівнює  $R$ , вписано призму. В основі призми лежить прямокутний трикутник з гострим кутом  $\alpha$ , а діагональ бічної грані, яка містить катет, перпендикулярний до цього кута, утворює з площиною основи кут  $\beta$ . Знайдіть об'єм призми.

## ВАРІАНТ 9

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть рівняння  $\frac{\sqrt{5 - \sin^2 x}}{1 + \sin x} = 1$ .

3.2. Побудуйте графік функції  $f(x) = \frac{(x-1)^3}{\sqrt[4]{(x-1)^4}} + 1$ .

3.3. Радіуси нижньої та верхньої основ зрізаного конуса відповідно дорівнюють  $R$  та  $r$ , а його твірна нахилена до площини нижньої основи під кутом  $60^\circ$ . Знайдіть площу бічної поверхні цього зрізаного конуса.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  вкажіть кількість точок перетину графіка функції  $f(x) = -x^2 + 3x + |x - 4|$  і прямої  $y = a$ .

4.2<sup>М</sup>. Розв'яжіть рівняння  $x^2 - 2x + 2 = \cos(x - 1)$ .

4.3<sup>М</sup>. Пряма, паралельна стороні  $AC$  трикутника  $ABC$ , перетинає сторони  $AB$  та  $BC$  в точках  $M$  і  $N$ . Ці точки з'єднані з довільною точкою  $K$ , що належить стороні  $AC$ . Знайдіть площу чотирикутника  $MBNK$ , коли відомо, що площі трикутників  $ABC$  і  $MNK$  відповідно дорівнюють  $Q$  і  $q$ .

4.4<sup>М</sup>. У правильній трикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює  $\alpha$ . Навколо цієї піраміди описано кулю, радіус якої дорівнює  $R$ . Знайдіть об'єм піраміди.

## ВАРІАНТ 10

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями  $y = 2x^2$  та  $y = x + 1$ .

3.2. Розв'яжіть систему рівнянь 
$$\begin{cases} \sqrt[4]{x+y} - \sqrt[4]{x-y} = 2, \\ \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 8. \end{cases}$$

3.3. Площі основ правильної зрізаної чотирикутної піраміди дорівнюють  $Q$  і  $q$ . Кут, утворений бічним ребром і стороною основи, дорівнює  $60^\circ$ . Знайдіть площу діагонального перерізу цієї зрізаної піраміди.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $\log_x(x + a - 1) > 2$ .

4.2<sup>М</sup>. Знайдіть множину значень функції  $f(x) = 3^{\frac{1}{2^x-1}}$ .

4.3<sup>М</sup>. Коло вписано в прямокутний трикутник. Точка дотику ділить менший з катетів у відношенні  $1 : \sqrt{3}$ . Знайдіть кути цього трикутника.

4.4<sup>М</sup>. В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник з бічною стороною  $b$  і кутом  $\alpha$  при вершині. З цієї вершини в бічних гранях призми проведено діагоналі. Кут між проведеними діагоналями дорівнює  $\beta$ . Знайдіть об'єм циліндра, описаного навколо даної призми.



## ВАРІАНТ 11

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями  $y = x^2$  та  $y = 4x - 3$ .
- 3.2. Розв'яжіть рівняння  $\lg^2 100x - 7 \lg x = 8$ .
- 3.3. Різниця між твірною і висотою конуса дорівнює  $d$ , а кут між ними  $\alpha$ . Знайдіть об'єм конуса.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $(x - 2) \cdot \arccos(x - a) \geq 0$ .
- 4.2<sup>М</sup>. Знайдіть площу фігури, обмеженої графіком функції  $y = x^2 - 2x + 3$ , дотичною, проведеною до нього в точці з абсцисою  $x_0 = 2$ , та віссю ординат.
- 4.3<sup>М</sup>. Діагональ опуклого чотирикутника ділить його на два рівновеликих трикутники. Доведіть, що ця діагональ ділить навпіл відрізок, який з'єднує середини двох протилежних сторін чотирикутника.
- 4.4<sup>М</sup>. У правильну чотирикутну піраміду вписано кулю. Відстань від центра кулі до вершини піраміди дорівнює  $a$ , а кут нахилу бічної грані до площини основи –  $\alpha$ . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

## ВАРІАНТ 12

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Знайдіть усі корені рівняння  $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , які належать проміжку  $(0; \pi)$ .
- 3.2. Знайдіть найменшу відстань від точки  $M(1; 0)$  до графіка функції  $y = \sqrt{x^2 + 6x + 10}$ .
- 3.3. Висота зрізаного конуса дорівнює 4 см. Радіус однієї основи конуса у 2 рази більший за радіус іншої, а сума площ основ дорівнює площі бічної поверхні. Знайдіть радіуси основ цього зрізаного конуса.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $(x - a)(\lg^2 x + \lg x - 2) \geq 0$ .
- 4.2<sup>М</sup>. Розв'яжіть рівняння  $(\sqrt{3 + \sqrt{8}})^x + (\sqrt{3 - \sqrt{8}})^x = 6$ .
- 4.3<sup>М</sup>. У середині рівностороннього трикутника взято точку. Доведіть, що сума відстаней від цієї точки до сторін трикутника дорівнює висоті трикутника.
- 4.4<sup>М</sup>. У правильній чотирикутній піраміді довжина ребра основи дорівнює  $a$ , а двогранний кут при ребрі основи дорівнює  $\alpha$ . У піраміду вписано куб так, що чотири його вершини лежать у площині основи піраміди, а інші чотири – на бічних ребрах піраміди. Знайдіть об'єм куба.

## ВАРІАНТ 13

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Розв'яжіть нерівність  $\lg^2 x - \lg x \leq 0$ .
- 3.2. Сума двох чисел дорівнює 64. Знайдіть ці числа, коли відомо, що їхній добуток набуває найбільшого значення.
- 3.3. В основі прямого паралелепіпеда лежить ромб з гострим кутом  $30^\circ$ . Діагональ бічної грані нахилена до площини основи під кутом  $60^\circ$ , а площа цієї грані дорівнює  $12\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>. Знайдіть площу основи цього паралелепіпеда.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>м</sup>–4.4<sup>м</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1<sup>м</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть рівняння

$$|x^2 - 4| + |x^2 - 9| = a.$$

- 4.2<sup>м</sup>. Розв'яжіть нерівність  $3^{\sin^2 x} \leq \cos x$ .

- 4.3<sup>м</sup>. У сектор  $AOB$  з центральним кутом  $\alpha$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ) вписано круг, що дотикається до радіусів  $OA$  і  $OB$  та дути  $AB$ . Знайдіть відношення площі сектора до площі вписаного круга.

- 4.4<sup>м</sup>. Навколо піраміди, в основі якої лежить правильний трикутник зі стороною  $a$ , описано кулю. Відомо, що одне з бічних ребер піраміди перпендикулярне до площини основи і дорівнює  $b$ . Знайдіть радіус кулі.

## ВАРІАНТ 14

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть рівняння  $\frac{\sqrt{5 - \lg^2 x}}{1 + \lg x} = 1$ .

3.2. Знайдіть значення виразу  $81(\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha)$ , якщо  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$ .

3.3. Кут між діагоналями основи прямокутного паралелепіпеда дорівнює  $30^\circ$ . Діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут  $60^\circ$ . Знайдіть висоту паралелепіпеда, якщо його об'єм дорівнює  $18 \text{ см}^3$ .

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Знайдіть усі значення параметра  $a$ , при кожному з яких рівняння  $\sin^2 2x - a \sin 2x = 0$  на проміжку  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  має два корені.

4.2<sup>М</sup>. Знайдіть множину значень функції  $f(x) = 3^{|\sin x \cdot \cos x|}$ .

4.3<sup>М</sup>. У трикутнику висота і медіана, проведені з однієї вершини, ділять кут при цій вершині на три рівні частини. Знайдіть кути трикутника.

4.4<sup>М</sup>. У зрізаний конус вписано кулю, радіус якої дорівнює  $r$ . Діаметр більшої основи зрізаного конуса видно із центра кулі під кутом  $\alpha$ . Знайдіть об'єм зрізаного конуса.

## ВАРІАНТ 15

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Знайдіть проміжки зростання і спадання функції  $f(x) = x^3 - 3x^2 + e^2$ .
- 3.2. Порівняйте числа  $\log_3 108$  та  $\log_5 375$ .
- 3.3. Площі трьох граней прямокутного паралелепіпеда дорівнюють  $S_1$ ,  $S_2$  та  $S_3$ . Знайдіть об'єм цього паралелепіпеда.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть рівняння  $|x - 1| = ax + 2$ .
- 4.2<sup>М</sup>. Розв'яжіть нерівність  $x^2 + 4x + 5 \leq \cos^2(2 + x)$ .
- 4.3<sup>М</sup>. У прямокутній трапеції відношення довжин основ дорівнює 4, а відношення довжин діагоналей дорівнює 2. Знайдіть гострий кут трапеції.
- 4.4<sup>М</sup>. Плоский кут при вершині правильної трикутної піраміди дорівнює  $\alpha$ . Радіус кола, описаного навколо бічної грані, дорівнює  $R$ . Знайдіть об'єм описаної кулі.

## ВАРІАНТ 16

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть проміжки зростання і спадання функції

$$f(x) = \frac{5}{3}x^3 + 10x^2 + \sqrt[3]{5}.$$

3.2. Обчисліть значення виразу  $3^{\log_5 7} - 7^{\log_5 3}$ .

3.3. В основі прямої призми лежить трикутник зі стороною  $a$  і прилеглими до неї кутами  $\alpha$  та  $\beta$ . Діагональ бічної грані, що містить цю сторону, утворює з площиною основи кут  $\gamma$ . Знайдіть об'єм призми.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $(x - a)(4^x - 2^x - 12) \leq 0$ .

4.2<sup>М</sup>. Знайдіть площу трикутника, утвореного осями координат і дотичною до графіка функції  $f(x) = \frac{2x - 3}{x + 3}$  в точці з абсцисою  $x_0 = -2$ .

4.3<sup>М</sup>. Діагоналі опуклого чотирикутника розбивають його на чотири трикутники. Площі трьох з них дорівнюють  $S_1, S_2, S_3$ . Знайдіть площу четвертого трикутника.

4.4<sup>М</sup>. Конус вписано в кулю. Площа осевого перерізу конуса дорівнює  $S$ , а кут між його висотою і твірною –  $\alpha$ . Знайдіть об'єм кулі.

## ВАРІАНТ 17

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Спростіть вираз  $\left(\frac{\cos \alpha}{\cos 4\alpha} - \frac{\sin \alpha}{\sin 4\alpha}\right) \cdot \frac{\cos 6\alpha - \cos 10\alpha}{\sin 3\alpha}$ .

3.2. Подайте число 225 у вигляді двох додатних множників так, щоб їхня сума набувала найменшого значення.

3.3. Основами похилого паралелепіпеда є квадрати зі стороною  $b$ , а всі бічні грані – ромби. Одна з вершин верхньої основи рівновіддалена від усіх вершин нижньої основи. Знайдіть об'єм цього паралелепіпеда.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть рівняння  $\log_2(4^x - a) = x$ .

4.2<sup>М</sup>. Обчисліть значення виразу

$$\cos \frac{2\pi}{31} \cos \frac{4\pi}{31} \cos \frac{8\pi}{31} \cos \frac{16\pi}{31} \cos \frac{32\pi}{31}.$$

4.3<sup>М</sup>. Периметр рівнобічної трапеції вдвічі більший за довжину вписаного у цю трапецію кола. Знайдіть гострий кут трапеції.

4.4<sup>М</sup>. У кулю радіуса  $R$  вписано конус. У цей конус вписано циліндр, осьовим перерізом якого є квадрат. Відомо, що кут між твірною і площиною основи конуса дорівнює  $\alpha$ . Знайдіть площу повної поверхні циліндра.

## ВАРІАНТ 18

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть рівняння  $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$ .

3.2. Доведіть, що коли  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$ ,  $\sin \beta = \frac{\sqrt{21}}{14}$  і  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ,  $0^\circ < \beta < 90^\circ$ , то  $\alpha + \beta = 60^\circ$ .

3.3. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює  $a$ , а висота піраміди –  $H$ . Піраміду перерізували площиною, перпендикулярною до основи, так, що ця площина розділила дві сторони основи піраміди на рівні відрізки. Знайдіть площу перерізу.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть рівняння  $|x^2 - 4| - |x^2 - 9| = a$ .

4.2<sup>М</sup>. Побудуйте графік функції  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ .

4.3<sup>М</sup>. У рівнобічній трапеції  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) відстань від вершини  $A$  до прямої  $CD$  дорівнює довжині бічної сторони, а основи трапеції  $AD$  і  $BC$  відносяться як 5 : 1. Знайдіть кути трапеції.

4.4<sup>М</sup>. У конус, кут між твірною і площиною основи якого дорівнює  $\alpha$ , вписано кулю. В цю кулю вписали куб. Знайдіть відношення об'ємів конуса і куба.



## ВАРІАНТ 19

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Спростіть вираз  $\left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a-b}\right)^2$ .

3.2. Знайдіть координати точки перетину графіків функцій  $f(x) = 6^x + 9^x$  та  $f(x) = 2^{2x+1}$ .

3.3. Площа бічної поверхні похилої трикутної призми дорівнює  $480 \text{ см}^2$ , а відстані між її бічними ребрами – 13 см, 30 см і 37 см. Знайдіть об'єм цієї призми.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>– 4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $|x - 3| + |x + 3| > a$ .

4.2<sup>М</sup>. Розв'яжіть рівняння  $\sin 3x - \cos 2x = 2$ .

4.3<sup>М</sup>. Кут при основі рівнобедреного трикутника дорівнює  $\alpha$ . Знайдіть відношення радіуса кола, вписаного в цей трикутник, до радіуса описаного кола.

4.4<sup>М</sup>. Кут між площиною основи і бічною гранню правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $\alpha$ . Площа поверхні кулі, яка вписана в піраміду, дорівнює  $S$ . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

## ВАРІАНТ 20

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть проміжки зростання і спадання функції

$$f(x) = 2x^3 - 4x^2 - 14x + \log_2 8.$$

3.2. Розв'яжіть систему рівнянь 
$$\begin{cases} x + y + \sqrt{x + y} = 20, \\ x^2 + y^2 = 136. \end{cases}$$

3.3. Площа бічної поверхні зрізаного конуса дорівнює  $64\pi$  см<sup>2</sup>, а площі нижньої та верхньої основ – відповідно  $38\pi$  см<sup>2</sup> і  $6\pi$  см<sup>2</sup>. Знайдіть кут між твірною і площиною основи цього зрізаного конуса.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $\log_x(x + a) > 2$ .

4.2<sup>М</sup>. Обчисліть значення виразу

$$\cos \frac{\pi}{19} + \cos \frac{3\pi}{19} + \cos \frac{5\pi}{19} + \dots + \cos \frac{17\pi}{19}.$$

4.3<sup>М</sup>. Коло, вписане у прямокутний трикутник, ділить його гіпотенузу на два відрізки. Доведіть, що добуток довжин цих відрізків дорівнює площі трикутника.

4.4<sup>М</sup>. Сферу вписано у правильну чотирикутну піраміду зі стороною основи  $a$ . Знайдіть довжину бічного ребра піраміди, якщо радіус сфери дорівнює  $R$ .

## ВАРІАНТ 21

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть проміжки зростання і спадання функції

$$f(x) = xe^{-\frac{1}{2}x}.$$

3.2. Розв'яжіть рівняння  $\sin^2 x + \sqrt{3} |\sin x| \cos x = 0$ .

3.3. В основі піраміди лежить трикутник зі сторонами 13 см, 14 см і 15 см. Усі бічні грані піраміди нахилені до площини основи під кутом  $45^\circ$ . Знайдіть площу бічної поверхні цієї піраміди.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>м</sup>–4.4<sup>м</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>м</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть рівняння  $|\log_2 x| - 2 = a$ .

4.2<sup>м</sup>. Знайдіть площу фігури, яка обмежена графіком функції  $f(x) = \sqrt{x}$ , дотичною, проведеною до цього графіка в точці з абсцисою  $x_0 = 1$ , та прямою  $y = 0$ .

4.3<sup>м</sup>. У рівнобедрений трикутник вписано коло радіуса  $R$ . До кола проведено дотичну, паралельну основі. В отриманий трикутник вписано коло радіуса  $r$ . Доведіть, що косинус кута при основі цього трикутника дорівнює  $\frac{R-r}{R+r}$ .

4.4<sup>м</sup>. У циліндр вписано паралелепіпед, діагональ якого з площиною основи утворює кут  $\alpha$ , а з більшою бічною гранню – кут  $\beta$ . Сторона основи більшої бічної грані паралелепіпеда дорівнює  $a$ . Знайдіть об'єм циліндра.

## ВАРІАНТ 22

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Доведіть тотожність  $\frac{1 + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \cdot \frac{2}{(1 + \operatorname{tg} \alpha)^2} = 1$ .

3.2. Розв'яжіть рівняння  $2 \log_x 27 - 3 \log_{27} x = 1$ .

3.3. Площа бічної поверхні правильної трикутної піраміди в 2 рази більша за площу основи. Знайдіть кут між бічною гранню та площиною основи піраміди.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $|x - 2| + |x + 3| \leq a$ .

4.2<sup>М</sup>. Знайдіть площу трикутника, утвореного осями координат і дотичною до графіка функції  $f(x) = \frac{x - 3}{x - 5}$  у точці з абсцисою  $x_0 = 6$ .

4.3<sup>М</sup>. У трапеції проведені діагоналі. Площі трикутників, які прилягають до її основ, дорівнюють  $S_1$  і  $S_2$ . Доведіть, що площа цієї трапеції дорівнює  $(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2$ .

4.4<sup>М</sup>. У циліндр вписано паралелепіпед. Сторона основи більшої бічної грані паралелепіпеда дорівнює  $a$ . Діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут  $\alpha$ , а з більшою бічною гранню – кут  $\beta$ . Знайдіть об'єм циліндра.

## ВАРІАНТ 23

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Розв'яжіть нерівність  $\log_3 \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{3}} x > 0$ .

3.2. Знайдіть значення виразу  $\operatorname{tg}^4 \alpha + \operatorname{ctg}^4 \alpha$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 3$ .

3.3. В основі похилого паралелепіпеда лежить прямокутник, сторони якого дорівнюють  $a$  та  $b$ . Бічне ребро паралелепіпеда дорівнює  $c$  і утворює із суміжними сторонами основи кути, кожний з яких дорівнює  $\alpha$ . Знайдіть об'єм цього паралелепіпеда.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>м</sup>–4.4<sup>м</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>м</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $x + \sqrt{a - x} \geq 0$ .

4.3<sup>м</sup>. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіками функцій  $y = |x^2 - 6x + 8|$  та  $y = 5 - |x - 3|$ .

4.3<sup>м</sup>. Довжини основ рівнобічної трапеції дорівнюють 10 см і 26 см, а її діагоналі перпендикулярні до бічних сторін. Знайдіть площу цієї трапеції.

4.4<sup>м</sup>. У правильній трикутній піраміді відстань від центра описаної навколо неї кулі до бічного ребра дорівнює  $a$ . Бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом  $\alpha$ . Знайдіть площу повної поверхні піраміди.

## ВАРІАНТ 24

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть значення виразу  $\frac{\sqrt{a} + 5\sqrt[4]{ab}}{5\sqrt{b} + \sqrt[4]{ab}}$ , якщо  $\frac{a}{b} = \frac{81}{256}$ .

3.2. Розв'яжіть рівняння  $5^{3x+2} \cdot 3^{2x-1} = \frac{9}{5} \cdot 3^{3x} \cdot 5^{2x}$ .

3.3. В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник. Діагоналі бічних граней, що містять бічні сторони цього трикутника і мають спільну вершину, дорівнюють  $d$  і утворюють між собою кут  $\alpha$ . Площина, яка проходить через ці діагоналі, нахилена до площини основи під кутом  $\beta$ . Знайдіть об'єм призми.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $\sqrt{-x^2 + 8x - 7} \cdot \log_2(x - a) \geq 0$ .

4.2<sup>М</sup>. Розв'яжіть рівняння  $5^x + 12^x = 13^x$ .

4.3<sup>М</sup>. Довжина висоти рівнобічної трапеції в 2 рази менша за довжину бічної сторони. У цю трапецію вписано круг. Знайдіть відношення площі трапеції до площі вписаного круга.

4.4<sup>М</sup>. Висота конуса дорівнює  $H$ , а кут між висотою та його твірною –  $\alpha$ . У цей конус вписано другий конус так, що вершина другого конуса збігається із центром основи першого, основи конусів паралельні, а твірна другого конуса перпендикулярна до відповідної твірної першого конуса. Знайдіть об'єм вписаного конуса.

## ВАРІАНТ 25

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Доведіть тотожність  $\frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ .
- 3.2. Знайдіть такі два числа, що одне з них на 36 більше за інше, а їхній добуток набуває найменшого значення.
- 3.3. В основі похилого паралелепіпеда лежить прямокутник. Бічне ребро утворює із суміжними сторонами основи кут, кожний з яких дорівнює  $60^\circ$ . Знайдіть кут, який утворює це бічне ребро з площиною основи паралелепіпеда.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>м</sup>–4.4<sup>м</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1<sup>м</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  вкажіть, скільки точок перетину мають графік функції  $f(x) = x^2 + 5x + |3x + 15|$  і пряма  $y = a$ .
- 4.2<sup>м</sup>. Знайдіть площу трикутника, утвореного осями координат і дотичною до графіка функції  $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$  у точці з абсцисою  $x_0 = 2$ .
- 4.3<sup>м</sup>. У коло, радіус якого дорівнює  $R$ , вписано трикутник. Вершини трикутника ділять коло на три частини у відношенні  $2 : 5 : 17$ . Знайдіть площу трикутника.
- 4.4<sup>м</sup>. У правильній чотирикутній піраміді довжина ребра основи дорівнює  $a$ , а двогранний кут при ребрі основи  $\alpha$ . У цю піраміду вписано куб так, що чотири його вершини лежать у площині основи піраміди, а інші чотири вершини – на апофемах бічних граней піраміди. Знайдіть об'єм куба.

## ВАРІАНТ 26

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть точки екстремуму функції  $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - \sin \frac{\pi}{6}$ .

3.2. Розв'яжіть нерівність  $\sin x < \cos x$ .

3.3. Бічні грані правильної трикутної призми – квадрати. Знайдіть кут між прямими, одна з яких містить діагональ бічної грані, а друга – сторону основи призми, яка не перетинає цю діагональ.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть рівняння  $\log_3(9^x + a) = x$ .

4.2<sup>М</sup>. У прямокутній системі координат на площині побудуйте графік рівняння  $\cos^2 x + \cos^2 y = 2$ .

4.3<sup>М</sup>. Через вершину трикутника, вписаного у коло, проведена дотична до кола. Пряма, паралельна дотичній, перетинає сторони трикутника і відтинає від нього чотирикутник. Доведіть, що цей чотирикутник можна вписати в коло.

4.4<sup>М</sup>. У правильну чотирикутну піраміду вписано циліндр так, що його нижня основа лежить в основі піраміди, а верхня основа дотикається до всіх її бічних граней. Радіус основи циліндра дорівнює  $R$ , а його висота вдвічі менша за висоту піраміди. Кут нахилу бічної грані піраміди до площини основи дорівнює  $\alpha$ . Знайдіть об'єм піраміди.



## ВАРІАНТ 27

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Спростіть вираз  $\left(\frac{\sqrt[4]{a} + 4}{\sqrt[4]{a} - 4} + \frac{\sqrt[4]{a} - 4}{\sqrt[4]{a} + 4}\right) : \frac{4\sqrt{a} + 64}{16 - \sqrt{a}}$ .

3.2. Розв'яжіть нерівність  $4^{\sqrt{x-2}} + 8 < 9 \cdot 2^{\sqrt{x-2}}$ .

3.3. В основі прямої призми лежить ромб зі стороною  $a$  і гострим кутом  $\alpha$ . Перерізом призми площиною, проведеною через більшу діагональ її основи та вершину тупого кута іншої основи, є прямокутний трикутник. Знайдіть об'єм призми.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $\log_{-x}(a - x) > 2$ .

4.2<sup>М</sup>. Визначте кількість коренів рівняння

$$\cos \frac{\pi(x-3)}{2} \cdot \sqrt{(x-4)(20-x)} = 0.$$

4.3<sup>М</sup>. Середня лінія трапеції ділить площу трапеції у відношенні 3 : 5. Знайдіть довжини основ трапеції, якщо довжина її середньої лінії дорівнює 10 см.

4.4<sup>М</sup>. Бічні ребра трикутної піраміди попарно перпендикулярні. Відомо, що навколо піраміди можна описати конус. Знайдіть кут між твірною описаного конуса і його висотою.

## ВАРІАНТ 28

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Обчисліть значення виразу  $\frac{1 - \lg^2 5}{2 \lg \sqrt{10} - \lg 5} - \lg 5$ .

3.2. Подайте число 5 у вигляді суми двох додатних чисел так, щоб добуток першого числа та квадрат другого числа був найбільшим.

3.3. Радіус основи конуса дорівнює 4 см. Через вершину конуса та хорду основи, що стягує дугу  $120^\circ$ , побудовано переріз. Площа перерізу утворює з площиною основи кут  $45^\circ$ . Знайдіть площу перерізу.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $\sqrt{-x^2 + 6x - 5} \cdot \log_2(x + a) \geq 0$ .

4.2<sup>М</sup>. Знайдіть площу фігури, обмеженої графіком функції  $y = 2\sqrt{2-x}$  і дотичною, проведеною до графіка функції  $y = 1 + e^{-x}$  у точці з абсцисою  $x_0 = 0$ .

4.3<sup>М</sup>. Основи трапеції дорівнюють  $a$  та  $b$ . Відрізок, кінці якого лежать на бічних сторонах трапеції, паралельний основам і ділить трапецію на дві рівновеликі частини. Знайдіть довжину цього відрізка.

4.4<sup>М</sup>. Апофема правильної трикутної піраміди дорівнює  $a$ . Бічне ребро утворює з висотою піраміди кут  $\alpha$ . Знайдіть об'єм кулі, описаної навколо цієї піраміди.

## ВАРІАНТ 29

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть точки екстремуму функції  $f(x) = x^2 \ln x$ .

3.2. Розв'яжіть рівняння  $\cos^2 x + \sqrt{3} |\cos x| \cdot \sin x = 0$ .

3.3. Площа бічної поверхні правильної трикутної призми в 12 разів більша за площу основи. Знайдіть кут між діагоналлю бічної грані та площиною основи призми.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>м</sup>–4.4<sup>м</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>м</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть рівняння  $\log_2(x^2 - ax) = \log_2(2x + a + 3)$ .

4.3<sup>м</sup>. Обчисліть значення виразу

$$\cos \frac{2\pi}{21} + \cos \frac{4\pi}{21} + \cos \frac{6\pi}{21} + \dots + \cos \frac{20\pi}{21}.$$

4.3<sup>м</sup>. У паралелограмі проведені бісектриси всіх його кутів. Доведіть, що чотирикутник, утворений точками перетину бісектрис, є прямокутником, діагональ якого дорівнює різниці суміжних сторін паралелограма.

4.4<sup>м</sup>. Твірна конуса дорівнює  $l$  і утворює кут  $\alpha$  з площиною основи конуса. У цей конус вписано півкулю так, що центр півкулі належить основі конуса, а поверхня півкулі дотикається до бічної поверхні конуса. Знайдіть об'єм півкулі.

## ВАРІАНТ 30

## Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Знайдіть найменше та найбільше значення функції  $f(x) = 2x^2 - x^4 + 1$  на проміжку  $[-2; 0]$ .

3.2. Обчисліть значення виразу  $\frac{(\sqrt{a} - 9\sqrt[6]{a})(3 - \sqrt[6]{a})}{\sqrt[3]{a} - 3\sqrt[6]{a}}$  при  $a = 8$ .

3.3. Сторони основи похилої трикутної призми дорівнюють 5 см, 6 см і 9 см. Бічне ребро призми завдовжки 10 см утворює з площиною основи кут  $45^\circ$ . Знайдіть об'єм цієї призми.

## Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1<sup>М</sup>–4.4<sup>М</sup> повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1<sup>М</sup>. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть рівняння  $x - \log_3(a - 9^x) = 0$ .

4.2<sup>М</sup>. Розв'яжіть нерівність  $5^{1-x^2} + 1 \geq \sqrt{x^2 + 36}$ .

4.3<sup>М</sup>. На медіані трикутника довільним чином вибрано точку. Доведіть, що відстані від цієї точки до двох інших сторін трикутника обернено пропорційні довжинам цих сторін.

4.4<sup>М</sup>. У конус вписано кулю. Радіус кулі дорівнює  $R$ , а кут між двома твірними в осьовому перерізі конуса –  $2\alpha$ . Знайдіть об'єм тіла, обмеженого поверхнями кулі та конуса.

**РОБОТА**  
**на державну підсумкову атестацію**

з \_\_\_\_\_  
*назва предмета*

за курс старшої школи

учня (учениці) \_\_\_\_\_ класу

\_\_\_\_\_

*назва навчального закладу*

\_\_\_\_\_

*прізвище, ім'я, по батькові в родовому відмінку*

Варіант № \_\_\_\_\_

**Увага!** Відмічайте до кожного завдання тільки один варіант відповіді. Будь-які виправлення в бланку недопустимі.

Якщо Ви вирішили змінити відповідь у деяких завданнях, то правильну відповідь можна зазначити в спеціально відведеному місці, розташованому внизу бланка відповідей.

У завданнях 1.1–1.12 правильну відповідь позначайте тільки так:

	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
1.1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

У завданнях 2.1–2.4 впишіть відповідь.

2.1		2.3	
2.2		2.4	

Щоб виправити відповідь до завдання, запишіть його номер у спеціально відведеній клітинці, а правильну, на Вашу думку, відповідь – у відповідному місці.

Завдання 1.1–1.12

	А	Б	В	Г
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Завдання 2.1–2.4

Номер завдання	Виправлена відповідь
2. <input type="checkbox"/>	
2. <input type="checkbox"/>	