

О.С. Істер, О.І. Глобін, О.В. Комаренко

ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ

для державної
підсумкової атестації
з математики

2-ге видання, доопрацьоване

*Рекомендовано Міністерством
освіти і науки, молоді та спорту України*

9

клас

Київ
Центр навчально-методичної літератури
2012

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Посібник «Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. 9 клас» призначений для проведення державної підсумкової атестації з математики в дев'ятих класах загальноосвітніх навчальних закладів, а також перевірки знань та вмінь учнів протягом навчального року. Він містить 30 варіантів атестаційних робіт, кожний з яких складається із чотирьох частин. Ці частини відрізняються за формою тестових завдань і за рівнем їх складності. Зміст усіх завдань відповідає чинній програмі для загальноосвітніх навчальних закладів та програмі для шкіл, ліцеїв і гімназій з поглибленим вивченням математики.

Учні загальноосвітніх класів виконують усі завдання першої, другої та третьої частин атестаційної роботи.

Учні класів з поглибленим вивченням математики виконують завдання першої, другої, третьої та четвертої частин.

Державна підсумкова атестація з математики проводиться протягом 3 академічних годин для учнів загальноосвітніх класів. Учні класів з поглибленим вивченням математики виконують атестаційну роботу протягом 4 академічних годин.

Структура, зміст та оцінювання завдань атестаційної роботи

У першій частині кожної атестаційної роботи пропонується 12 завдань з вибором однієї правильної відповіді. До кожного завдання наведено чотири можливі варіанти відповіді, з яких тільки одна є правильною. Завдання з вибором однієї відповіді вважається виконаним правильно, якщо в бланку відповідей¹ указано тільки одну літеру, якою позначена правильна відповідь. При цьому учень не повинен наводити будь-яких міркувань, що пояснюють його вибір.

Розподіл завдань першої частини за класами, предметами та рівнями складності наведено в таблиці 1.

Правильне розв'язання кожного завдання першої частини 1.1–1.12 оцінюється одним балом. Якщо у бланку відповідей указана правильна відповідь, то за це завдання нараховується 1 бал, якщо ж указана учнем відповідь є неправильною, то виконання завдання оцінюється у 0 балів.

Друга частина атестаційної роботи складається із 4 завдань відкритої форми з короткою відповіддю. Завдання цієї частини вважається виконаним правильно, якщо в бланку відповідей записана тільки правильна відповідь (наприклад, число, вираз, корені рівняння тощо). Усі необхідні обчислення, перетворення тощо учні виконують на чернетках.

¹ Вразок бланка відповідей наведено в кінці посібника.

Таблиця 1

Номер завдання	Відповідність завдання класу навчання	Предмет	Відповідність завдання рівню навчальних досягнень учнів	Примітка
1.1	5 кл.	математика	початковий або середній	Одне із завдань 1.1, 1.2 початкового рівня, а інше – середнього
1.2	6 кл.	математика	початковий або середній	
1.3	7 кл.	алгебра	початковий	
1.4	7 кл.	алгебра	середній	
1.5	8 кл.	алгебра	початковий	
1.6	8 кл.	алгебра	середній	
1.7	9 кл.	алгебра	початковий	
1.8	9 кл.	алгебра	середній	
1.9	7 кл.	геометрія	початковий або середній	Одне із завдань 1.9, 1.10 початкового рівня, а інше – середнього
1.10	8 кл.	геометрія	початковий або середній	
1.11	9 кл.	геометрія	початковий	
1.12	9 кл.	геометрія	середній	

Розподіл завдань другої частини за класами, предметами та рівнями складності наведено у таблиці 2.

Таблиця 2

Номер завдання	Відповідність завдання класу навчання	Предмет	Відповідність завдання рівню навчальних досягнень учнів
2.1	7–9 кл.	алгебра	достатній
2.2	7–9 кл.	алгебра	достатній
2.3	7–9 кл.	алгебра	достатній
2.4	7–9 кл.	геометрія	достатній

Правильне розв’язання кожного із завдань 2.1–2.4 оцінюється двома балами: якщо у бланку відповідей вказана правильна відповідь до завдання, то за це нараховується 2 бали, якщо ж вказана учнем відповідь є неправильною, то бали за таке завдання не нараховуються. Часткове виконання завдання другої частини (наприклад, якщо учень правильно знайшов один з двох коренів рівняння або розв’язків системи рівнянь) оцінюється 1 балом.

Якщо учень вважає за потрібне внести зміни у відповідь до якогось із завдань першої чи другої частини, то він має це зробити у спеціально відведеній для цього частині бланка. Таке виправлення не веде до втрати балів. Якщо ж виправлення зроблено в основній частині бланка відповідей, то бали за таке завдання не нараховуються.

Третя і четверта частини атестаційної роботи складаються із завдань відкритої форми з розгорнутою відповіддю. Такі завдання вважаються виконаними правильно, якщо учень навів розгорнутий запис розв'язування з обґрунтуванням кожного його етапу та дав правильну відповідь. Завдання третьої та четвертої частин атестаційної роботи учень виконує на аркушах зі штампом відповідного загальноосвітнього навчального закладу. Формулювання завдань третьої і четвертої частин учень не переписує, а вказує тільки номер завдання.

Третя частина атестаційної роботи містить три завдання, четверта частина – два. Розподіл завдань третьої та четвертої частин за класами, предметами та рівнями складності наведено відповідно у таблицях 3 і 4.

Таблиця 3

Номер завдання	Відповідність завдання класу навчання	Предмет	Відповідність завдання рівню навчальних досягнень учнів	Примітка
3.1	7–9 кл.	алгебра	достатній	Текстова задача, що розв'язується за допомогою рівняння або системи рівнянь
3.2	7–9 кл.	алгебра	високий	
3.3	7–9 кл.	геометрія	високий	

Таблиця 4

Номер завдання	Відповідність завдання класу навчання	Предмет	Відповідність завдання рівню навчальних досягнень учнів	Примітка
4.1 ^М	8–9 кл.	алгебра	високий	Завдання 4.1 ^М , 4.2 ^М відповідають програмі класів з поглибленим вивченням математики
4.2 ^М	8–9 кл.	геометрія	високий	

Правильне розв'язання завдання 3.1 оцінюється чотирма балами, а кожне із завдань 3.2, 3.3, 4.1^М, 4.2^М – шістьма балами.

Для оцінювання в балах завдань третьої та четвертої частин атестаційної роботи пропонується користуватися критеріями, наведеними в таблиці 5.

Таблиця 5

Що виконав учень	Відповідна кількість балів за завдання	
	Максимальний бал – 6	Максимальний бал – 4
Отримав правильну відповідь і навіть повне її обґрунтування	6 балів	4 бали
Отримав правильну відповідь, але вона недостатньо обґрунтована або розв'язання містить незначні недоліки	5 балів	3 бали
Отримав відповідь, записав правильний хід розв'язування завдання, але в процесі розв'язування припустився помилки обчислювального або логічного (при обґрунтуванні) характеру	4 бали	
Суттєво наблизився до правильного кінцевого результату або в результаті знайшов лише частину правильної відповіді	3 бали	2 бали
Розпочав розв'язувати завдання правильно, але в процесі розв'язування припустився помилки у застосуванні необхідного твердження чи формули	2 бали	1 бал
Лише розпочав правильно розв'язувати завдання або розпочав неправильно, але наступні етапи розв'язування виконав правильно	1 бал	
Розв'язання не відповідає жодному з наведених вище критеріїв	0 балів	0 балів

Виправлення і закреслення в оформленні розв'язання завдань третьої і четвертої частин, якщо вони зроблені акуратно, не є підставою для зниження оцінки.

Наведені критерії мають бути відомі учням.

Переведення оцінки у балах в оцінку за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів

Сума балів, нарахованих за виконані учнем завдання, переводиться в оцінку за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів за спеціальною шкалою.

Для учнів загальноосвітніх класів максимально можлива сума балів за атестаційну роботу становить 36 (див. табли-

цю 6). Відповідність кількості набраних учнем балів оцінці за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 7.

Таблиця 6

Номери завдань	Кількість балів	Усього
1.1–1.12	по 1 балу	12 балів
2.1–2.4	по 2 бали	8 балів
3.1	4 бали	4 бали
3.2, 3.3	по 6 балів	12 балів
Сума балів		36 балів

Таблиця 7

Кількість набраних балів	Оцінка за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів
0–2	1
3–4	2
5–6	3
7–8	4
9–10	5
11–12	6
13–16	7
17–20	8
21–24	9
25–28	10
29–32	11
33–36	12

Для учнів класів з *поглибленим вивченням математики* максимально можлива сума балів за атестаційну роботу становить 48 (див. таблицю 8). Відповідність кількості набраних учнем балів оцінці за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 9.

Таблиця 8

Номери завдань	Кількість балів	Усього
1.1–1.12	по 1 балу	12 балів
2.1–2.4	по 2 бали	8 балів
3.1	4 бали	4 бали
3.2, 3.3	по 6 балів	12 балів
4.1 ^М , 4.2 ^М	по 6 балів	12 балів
Сума балів		48 балів

Таблиця 9

Кількість набраних балів	Оцінка за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів
0–3	1
4–6	2
7–9	3
10–12	4
13–15	5
16–18	6
19–23	7
24–28	8
29–33	9
34–38	10
39–43	11
44–48	12

Зразок виконання тестових завдань і заповнення бланка відповідей

Зразок виконання завдань атестаційної роботи і заповнення бланка відповідей для першої та другої частин розглянемо на прикладі одного з варіантів.

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки **ОДНА** відповідь **ПРАВИЛЬНА**. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Яке з чисел 2; 5; 8 є коренем рівняння $2x - 3 = 7$?

А) 2; Б) 5; В) 8; Г) жодне.

Розв'язання.

Оскільки $2 \cdot 2 - 3 = 1 \neq 7$; $2 \cdot 5 - 3 = 7$; $2 \cdot 8 - 3 = 13 \neq 7$, то число 5 є коренем рівняння.

Відповідь. Б).

1.2. Чому дорівнює найбільший спільний дільник чисел 80 і 48?

А) 8; Б) 12; В) 16; Г) 240.

Розв'язання. $80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$; $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$. Тому НСД(80; 48) = $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$.

Відповідь. В).

1.3. Який з виразів є одночленом?

А) $4x - y$; Б) $4xy$; В) $4 + xy$; Г) $\frac{4x}{y}$.

Відповідь. Б).

1.4. Подайте добуток $(5x + y)(y - 5x)$ як многочлен стандартного вигляду.

А) $25x^2 + y^2$; Б) $25x^2 - y^2$; В) $y^2 - 5x^2$; Г) $y^2 - 25x^2$.

Розв'язання.

$(5x + y)(y - 5x) = (y + 5x)(y - 5x) = y^2 - (5x)^2 = y^2 - 25x^2$.

Відповідь. Г).

1.5. $\frac{m^6}{8} : \frac{m^2}{2} = \dots$

А) $\frac{m^4}{4}$; Б) $4m^4$; В) $\frac{m^3}{4}$; Г) $\frac{m^4}{6}$.

Розв'язання. $\frac{m^6}{8} : \frac{m^2}{2} = \frac{m^6}{8} \cdot \frac{2}{m^2} = \frac{2m^6}{8m^2} = \frac{m^4}{4}$.

Відповідь. А).

1.6. Обчисліть значення виразу $-16\sqrt{1\frac{9}{16}}$.

- А) -5; Б) 5; В) -20; Г) 20.

Розв'язання.

$$-16\sqrt{1\frac{9}{16}} = -16\sqrt{\frac{25}{16}} = -16 \cdot \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = -16 \cdot \frac{5}{4} = -20.$$

Відповідь. В).

1.7. Відомо, що $m > n$. Яка з нерівностей правильна?

- А) $-m > -n$; Б) $5n > 5m$; В) $4m < 4n$; Г) $-4m < -4n$.

Відповідь. Г).

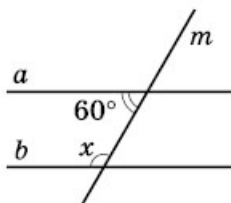
1.8. (a_n) – арифметична прогресія, $a_1 = 2$; $a_2 = 7$. Знайдіть a_{21} .

- А) 97; Б) 102; В) 107; Г) інша відповідь.

Розв'язання. $d = a_2 - a_1 = 7 - 2 = 5$; $a_n = a_1 + d(n - 1)$;
тому $a_{21} = 2 + 5(21 - 1)$; $a_{21} = 102$.

Відповідь. Б).

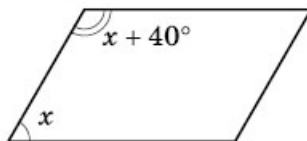
1.9. На рисунку прямі a і b – паралельні, m – січна. Знайдіть градусну міру кута x .



- А) 120° ; Б) 90° ; В) 60° ; Г) 30° .

Відповідь. А).

1.10. Знайдіть градусну міру гострого кута паралелограма, якщо один з його кутів на 40° більший за інший.



- А) 40° ; Б) 50° ; В) 60° ; Г) 70° .

Розв'язання. Нехай гострий кут паралелограма дорівнює x , тоді тупий кут дорівнює $x + 40^\circ$. Маємо рівняння $x + x + 40^\circ = 180^\circ$. Звідси $x = 70^\circ$.

Відповідь. Г).

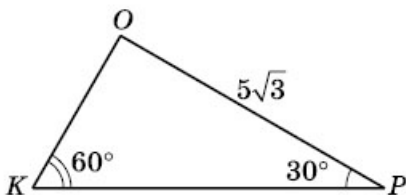
1.11. Знайдіть площу трикутника, сторони якого 4 см і 7 см, а кут між ними дорівнює 30° .

- А) 7 см^2 ; Б) 14 см^2 ; В) 21 см^2 ; Г) 28 см^2 .

Розв'язання. $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = 7 \text{ (см}^2\text{)}$.

Відповідь. А).

1.12. У $\triangle OPK$ $OP = 5\sqrt{3}$; $\angle K = 60^\circ$; $\angle P = 30^\circ$. Знайдіть довжину OK .



- А) $5\sqrt{1,5}$; Б) 5; В) 10; Г) $5\sqrt{2}$.

Розв'язання.

За теоремою синусів: $\frac{OP}{\sin K} = \frac{OK}{\sin P}$; $\frac{5\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = \frac{OK}{\sin 30^\circ}$;

$$OK = \frac{5\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 5.$$

Відповідь. Б).

Оформлення бланка відповідей першої частини

	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
1.1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.5	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.9	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
1.3	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1.11	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1.8	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1.12	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Спростіть вираз $\frac{2x}{x-2} + \frac{x+7}{8-4x} \cdot \frac{32}{7x+x^2}$.

Розв'язання.

$$\begin{aligned} \frac{2x}{x-2} + \frac{x+7}{8-4x} \cdot \frac{32}{7x+x^2} &= \frac{2x}{x-2} + \frac{32(x+7)}{4(2-x) \cdot x(7+x)} = \\ &= \frac{2x}{x-2} + \frac{8}{x(2-x)} = \frac{2x}{x-2} - \frac{8}{x(x-2)} = \frac{2x^2-8}{x(x-2)} = \frac{2(x^2-4)}{x(x-2)}. \end{aligned}$$

Виконаємо скорочення дробу на $(x-2)$ за умови, що $x \neq 2$.

$$\frac{2(x-2)(x+2)}{x(x-2)} = \frac{2(x+2)}{x} = \frac{2x+4}{x}.$$

Відповідь. $\frac{2x+4}{x}$.

- 2.2. На параболі, що є графіком функції $y = x^2 - 2x$, знайдіть точки, для яких сума абсциси і ординати дорівнює 6.

Розв'язання. Нехай $(x; y)$ – шукана точка, тоді її координати задовольняють умову $x + y = 6$. Маємо систему

$$\begin{cases} x + y = 6, \\ y = x^2 - 2x. \end{cases} \quad \text{З першого рівняння системи отримаємо } y = 6 -$$

x і підставимо вираз $6 - x$ замість y у друге рівняння. Маємо $6 - x = x^2 - 2x$; $x^2 - x - 6 = 0$; $x_1 = -2$; $x_2 = 3$. Тоді $y_1 = 8$; $y_2 = 3$. Шукані точки: $(-2; 8)$ і $(3; 3)$.

Відповідь. $(-2; 8), (3; 3)$.

- 2.3. Вкладник поклав до банку 20 000 грн. під 15 % річних. Скільки відсоткових грошей матиме вкладник через два роки?

Розв'язання. За формулою складних відсотків

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{P}{100} \right)^n$$

можна обчислити величину вкладу через два роки:

$$A_2 = 20\,000 \left(1 + \frac{15}{100} \right)^2 = 20\,000 \cdot 1,15^2 = 26\,450 \text{ (грн.)}$$

Відсоткові гроші, які матиме вкладник через два роки:

$$26\,450 - 20\,000 = 6450 \text{ (грн.)}$$

Відповідь. 6450 грн.

- 2.4. Знайдіть на осі ординат точку, рівновіддалену від точок $M(3; 6)$ і $N(4; -1)$.

Розв'язання. Нехай $A(0; y)$ – шукана точка. За умовою $AM = AN$, а тому $AM^2 = AN^2$. Маємо: $AM^2 = 3^2 + (y-6)^2$; $AN^2 = 4^2 + (y+1)^2$.

Тоді $9 + y^2 - 12y + 36 = 16 + y^2 + 2y + 1$; $-14y = -28$; $y = 2$.

Отже, $A(0; 2)$ – шукана точка.

Відповідь. $(0; 2)$.

Оформлення бланка відповідей другої частини

2.1	$\frac{2x + 4}{x}$	2.3	6450 грн.
2.2	$(-2; 8), (3; 3)$	2.4	$(0; 2)$

Частина третя

Розв'язання завдань 3.1–3.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Автобус запізнювався на 12 хв. Щоб прибути вчасно за 90 км від пункту призначення він збільшив швидкість на 5 км/год. За який час мав проїхати автобус 90 км за розкладом?

Розв'язання. Нехай швидкість автобуса за розкладом – x км/год. Систематизуємо дані у вигляді таблиці.

Рух	s , км	v , км/год	t , год
За розкладом	90	x	$\frac{90}{x}$
Після збільшення швидкості	90	$x + 5$	$\frac{90}{x + 5}$

Оскільки величина $\frac{90}{x + 5}$ на 12 хв = $\frac{12}{60}$ год = $\frac{1}{5}$ год менша за

величину $\frac{90}{x}$, то маємо рівняння: $\frac{90}{x} - \frac{90}{x + 5} = \frac{1}{5}$.

Розв'яжемо одержане рівняння:

$$\frac{90x + 450 - 90x}{x(x + 5)} = \frac{1}{5};$$

$$x(x + 5) = 5 \cdot 450;$$

$$x^2 + 5x - 2250 = 0;$$

$$x_1 = 45; x_2 = -50.$$

Другий корінь не задовольняє умову задачі. Отже, швидкість автобуса за розкладом 45 км/год. Час, за який мав проїхати автобус 90 км за розкладом, дорівнює $\frac{90}{45} = 2$ (год).

Відповідь. 2 год.

- 3.2. Складіть квадратне рівняння, корені якого на 3 більші за корені рівняння $x^2 - 2x - 4 = 0$.

Розв'язання. Нехай x_1 і x_2 – корені даного рівняння. Тоді за теоремою Вієта $x_1 + x_2 = 2$; $x_1 x_2 = -4$. Нехай x'_1 і x'_2 – корені шуканого рівняння $x^2 + px + q = 0$. За умовою $x'_1 = x_1 + 3$, $x'_2 = x_2 + 3$. За теоремою, оберненою до теореми Вієта:

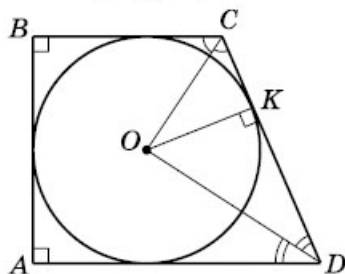
$$p = -(x'_1 + x'_2) = -(x_1 + 3 + x_2 + 3) = -(x_1 + x_2 + 6) = -(2 + 6) = -8;$$

$$q = x'_1 x'_2 = (x_1 + 3)(x_2 + 3) = x_1 x_2 + 3x_1 + 3x_2 + 9 = x_1 x_2 + 3(x_1 + x_2) + 9 = -4 + 3 \cdot 2 + 9 = 11.$$

Отже, $x^2 - 8x + 11 = 0$ – шукане рівняння.

Відповідь. $x^2 - 8x + 11 = 0$.

- 3.3. Відстані від центра кола, вписаного у прямокутну трапецію, до кінців більшої бічної сторони дорівнюють 12 см і 16 см. Знайдіть площу круга, який обмежений цим колом.



Розв'язання. На рисунку зображено коло, вписане у прямокутну трапецію $ABCD$, у якій $\angle A = \angle B = 90^\circ$. Точка O – центр цього кола. За умовою $OC = 12$ см; $OD = 16$ см. Точка O є точкою перетину бісектрис кутів BCD і CDA . У $\triangle OCD$:

$$\begin{aligned} \angle COD &= 180^\circ - (\angle OCD + \angle ODC) = 180^\circ - \left(\frac{\angle BCD}{2} + \frac{\angle ADC}{2} \right) = \\ &= 180^\circ - \frac{\angle BCD + \angle ADC}{2} = 180^\circ - \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ. \end{aligned}$$

Отже, трикутник OCD – прямокутний; OC і OD – його катети. Тоді $CD = \sqrt{OC^2 + OD^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$ (см).

Нехай K – точка дотику вписаного кола до сторони CD . Оскільки $OK \perp CD$, то OK – висота прямокутного трикутника OCD . Виразимо площу S цього трикутника двома способами:

$$S = \frac{1}{2} \cdot OC \cdot OD = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot OK.$$

Звідси маємо

$$OC \cdot OD = CD \cdot OK, OK = \frac{OC \cdot OD}{CD}; OK = \frac{12 \cdot 16}{20} = 9,6 \text{ (см)},$$

$OK = r$ – радіус кола.

Тоді площа круга, який обмежений цим колом,

$$S_{\text{кр}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 9,6^2 = 92,16\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

Відповідь. $92,16\pi \text{ см}^2$.

Частина четверта

Розв'язання завдань 4.1^м, 4.2^м повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1^м. При яких значеннях параметра a рівняння

$$\frac{x^2 - 6x + 8 + 2a - a^2}{x - 2} = 0 \text{ має єдиний розв'язок?}$$

Розв'язання. Рівняння рівносильне системі

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 8 + 2a - a^2 = 0, \\ x \neq 2. \end{cases}$$

Розв'язуючи рівняння, матимемо:

$$D = 36 - 4(8 + 2a - a^2) = 4a^2 - 8a + 4 = 4(a - 1)^2;$$

$$x_1 = \frac{6 + 2(a - 1)}{2} = a + 2; x_2 = \frac{6 - 2(a - 1)}{2} = 4 - a.$$

Рівняння, що задано в умові, має єдиний розв'язок в одному з таких випадків:

- 1) $x_1 = x_2$ і $x_1 \neq 2$;
- 2) $x_1 = 2$; $x_2 \neq 2$;
- 3) $x_2 = 2$; $x_1 \neq 2$.

Розглянемо ці випадки по черзі.

1) $a + 2 = 4 - a$; $a = 1$. У цьому випадку $x_1 = 3 \neq 2$.

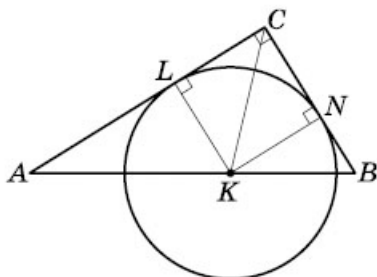
Отже, $a = 1$ задовольняє умову задачі.

$$2) \begin{cases} a + 2 = 2, \\ 4 - a \neq 2; \end{cases} \quad a = 0.$$

$$3) \begin{cases} 4 - a = 2, \\ a + 2 \neq 2; \end{cases} \quad a = 2.$$

Відповідь. $a = 1, a = 0, a = 2$.

- 4.2^m. Центр кола, яке дотикається катетів прямокутного трикутника, належить гіпотенузі цього трикутника. Знайдіть радіус кола, якщо його центр ділить гіпотенузу на відрізки завдовжки 15 см і 20 см.



Розв'язання. На рисунку зображено прямокутний трикутник ABC ($\angle C = 90^\circ$), точка K – центр кола, яке дотикається катетів AC і BC , $AK = 20$ см, $KB = 15$ см.

L – точка дотику кола катета AC ; N – точка дотику кола катета BC ; $KL = KN = r$ – радіус кола.

$\triangle CLK = \triangle CNK$ (за катетом і гіпотенузою), тому $\angle LCK = \angle NCK$ і CK – бісектриса $\triangle ABC$.

За властивістю бісектриси $\frac{AC}{BC} = \frac{AK}{KB}$; $\frac{AC}{BC} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$.

Позначимо $AC = 4x$; $BC = 3x$. Тоді $(4x)^2 + (3x)^2 = 35^2$; $x = 7$; $AC = 28$ см; $BC = 21$ см.

Площа S трикутника ABC :

$$S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 21 = 294 \text{ (см}^2\text{)}.$$

З іншого боку,

$$\begin{aligned} S &= S_{\triangle ACK} + S_{\triangle CKB} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot KL + \frac{1}{2} \cdot BC \cdot KN = \\ &= \frac{1}{2} r (AC + BC) = \frac{1}{2} r (28 + 21) = \frac{49}{2} r. \end{aligned}$$

Маємо $\frac{49}{2} r = 294$; $r = 12$ (см).

Відповідь. 12 см.

РОЗДІЛ I

ВАРІАНТ 1

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки **ОДНА** відповідь **ПРАВИЛЬНА**. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Знайдіть значення виразу $56 + 42 : 14 - 7$.

- А) 0; Б) 49; В) 52; Г) 50.

1.2. Чому дорівнює найменше спільне кратне чисел 12 і 16?

- А) 48; Б) 2; В) 96; Г) 4.

1.3. Яке з рівнянь є лінійним?

- А) $x^2 = 7x$; Б) $-5x = -\frac{1}{3}$; В) $x + 7 = x^2$; Г) $\frac{5}{x} - 7 = 4$.

1.4. Яка пара чисел є розв'язком системи $\begin{cases} 2x - 3y = -4, \\ 3x + 2y = 7? \end{cases}$

- А) (2; 1); Б) (-1; -2); В) (-1; 2); Г) (1; 2).

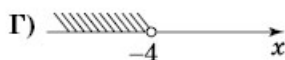
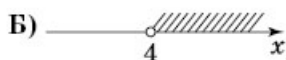
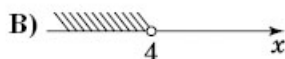
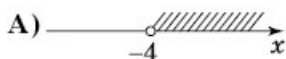
1.5. Виконайте віднімання $\frac{7y}{x} - \frac{5x}{y}$.

- А) $\frac{7y - 5x}{xy}$; Б) $\frac{7y^2 - 5x^2}{xy}$; В) $\frac{7y - 5x}{x - y}$; Г) $\frac{7y^2 - 5x^2}{x - y}$.

1.6. Чому дорівнює добуток коренів квадратного рівняння $x^2 - 7x - 6 = 0$?

- А) 6; Б) 7; В) -7; Г) -6.

1.7. На якому рисунку графічно зображено множину розв'язків нерівності $-2x > 8$?



1.8. Знайдіть четвертий член геометричної прогресії $\frac{1}{3}; -1; 3; \dots$

- А) -9; Б) 9; В) 27; Г) -27.

- 1.9. Довжина відрізка $AB = 84$ см. На відрізку дано точку M , що поділяє його на два відрізки, причому AM менший за BM у 3 рази. Знайдіть довжину відрізка BM .
- А) 28 см; Б) 42 см; В) 56 см; Г) 63 см.
- 1.10. Довжини сторін паралелограма відносяться як 3 : 4, а його периметр дорівнює 70 см. Знайдіть сторони паралелограма.
- А) 5 см, 5 см, 5 см, 5 см; В) 15 см, 20 см, 15 см, 20 см;
Б) 30 см, 40 см, 30 см, 40 см; Г) 60 см, 80 см, 60 см, 80 см.
- 1.11. Дві сторони трикутника дорівнюють 6 дм і 8 дм, а кут між ними – 60° . Знайдіть невідому сторону трикутника.
- А) $2\sqrt{37}$ дм; Б) $2\sqrt{19}$ дм; В) $\sqrt{118}$ дм; Г) $2\sqrt{13}$ дм.
- 1.12. Знайдіть координати вектора \vec{c} , якщо $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{a}(-1; 1)$, $\vec{b}(2; -3)$.
- А) (7; 9); Б) (-7; 9); В) (-7; -9); Г) (7; -9).

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Обчисліть $3\sqrt{1\frac{4}{9}} \cdot \sqrt{1\frac{3}{13}} - \sqrt{(-4)^6}$.
- 2.2. Графіком квадратичної функції є парабола, що має вершину у початку координат і проходить через точку $A(2; -8)$. Задайте цю функцію формулою.
- 2.3. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 9, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$
- 2.4. Зовнішній кут правильного многокутника становить $\frac{1}{5}$ внутрішнього. Знайдіть кількість сторін цього многокутника.

ВАРІАНТ 2

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Запишіть $\frac{1}{5}$ м + 35 см у сантиметрах.

- А) 37 см; Б) $35\frac{1}{5}$ см; В) 40 см; Г) 55 см.

1.2. Знайдіть різницю $\frac{3}{7} - \frac{1}{4}$.

- А) $\frac{2}{3}$; Б) $\frac{2}{28}$; В) $\frac{5}{28}$; Г) $\frac{1}{28}$.

1.3. Спростіть вираз $7x - (2a - x)$.

- А) $6x - 2a$; Б) $8x - 2a$; В) $6x + 2a$; Г) $6xa$.

1.4. Знайдіть точку перетину графіка функції $y = 5x - 20$ з віссю абсцис.

- А) (0; 4); Б) (0; -20); В) (4; 0); Г) (-4; 0).

1.5. Виконайте множення $\frac{9y^6}{x^{12}} \cdot \frac{2x^4}{3y^2}$.

- А) $6x^8y^4$; Б) $\frac{6y^3}{x^3}$; В) $6x^3y^3$; Г) $\frac{6y^4}{x^8}$.

1.6. Обчисліть значення виразу $(\sqrt{3} - 2)^2 + \sqrt{48}$.

- А) $7 + \sqrt{48}$; Б) $-1 + \sqrt{48}$; В) 7; Г) -1.

1.7. Знайдіть координати точки перетину графіка функції $y = -5x + 15$ з віссю абсцис.

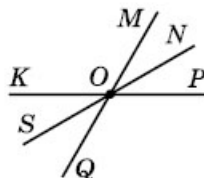
- А) (0; 15); Б) (3; 0); В) (0; 3); Г) (-3; 0).

1.8. Який відсотковий вміст заліза в руді, якщо 300 т залізної руди містить 24 т заліза?

- А) 8 %; Б) 87,5 %; В) 12,5 %; Г) 92 %.

1.9. На рисунку $\angle KOM = 100^\circ$, $\angle SOQ = 30^\circ$. Знайдіть градусну міру $\angle POS$.

- А) 100° ; Б) 130° ; В) 30° ; Г) 70° .



- 1.10. Гострий кут прямокутної трапеції в 3 рази менший від тупого кута. Знайдіть ці кути.
А) 45° і 135° ; Б) 60° і 120° ; В) 10° і 30° ; Г) 30° і 60° .
- 1.11. У прямокутному трикутнику один з катетів дорівнює 4 дм, а гіпотенуза – 5 дм. Знайдіть площу трикутника.
А) 10 дм^2 ; Б) 12 дм^2 ; В) 6 дм^2 ; Г) 20 дм^2 .
- 1.12. Точка C – середина відрізка AB . Знайдіть координати точки B , якщо $A(-3; -2)$, $C(1; -3)$.
А) $(-1; -25)$; Б) $(-2; -5)$; В) $(-5; 4)$; Г) $(5; -4)$.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$.
- 2.2. На прямій $y = 10 - 3x$ знайдіть точку, ордината якої удвічі більша за абсцису.
- 2.3. Знайдіть суму перших семи членів геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_2 = \frac{1}{2}$, $b_3 = \frac{1}{4}$.
- 2.4. Дві сторони трикутника відносяться як 5 : 3, а кут між ними дорівнює 120° . Знайдіть третю сторону трикутника, якщо його периметр дорівнює 45 см.

ВАРІАНТ 3

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Розв'яжіть рівняння $x : 65 = 910$.

- А) 5915; Б) 59 150; В) 14; Г) 131.

1.2. Виконайте множення $5\frac{3}{5} \cdot 10$.

- А) $50\frac{3}{5}$; Б) 50; В) 14; Г) 56.

1.3. Подайте у вигляді многочлена вираз $(3a - b)^2$.

- А) $9a^2 - b^2$; В) $9a^2 - 3ab + b^2$;
Б) $9a^2 - 6ab + b^2$; Г) $9a^2 + 6ab + b^2$.

1.4. Розкладіть на множники вираз $3m + mk - 3n - kn$.

- А) $(3 + k)(m - n)$; В) $(m + n)(3 - k)$;
Б) $m(3 + k) - n(3 - k)$; Г) $(m - n)(3 - k)$.

1.5. Обчисліть значення виразу $80 \cdot 2^{-3} - 2^2$.

- А) 40; Б) 636; В) 14; Г) 6.

1.6. Виконайте ділення $\frac{x^2 - 1}{5x} : \frac{x + 1}{x^2}$.

- А) $\frac{5}{x(x-1)}$; Б) $\frac{x-1}{5x}$; В) $\frac{x(x-1)}{5}$; Г) $\frac{5x}{x-1}$.

1.7. Для якої нерівності число 1 є розв'язком?

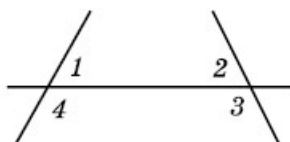
- А) $3x^2 + 6x \leq 0$; В) $-x^2 + 2x - 2 > 0$;
Б) $x^2 - 4x + 4 \leq 0$; Г) $-3x^2 - 6x \leq 0$.

1.8. Вершина якої з парабол належить осі абсцис?

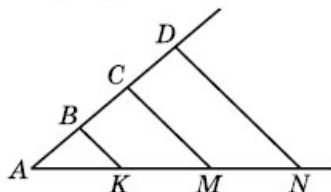
- А) $y = x^2 + 1$; В) $y = x^2 - 1$;
Б) $y = (x + 1)^2$; Г) $y = (x - 1)^2 + 1$.

1.9. За рисунком назвіть пару кутів, які є внутрішніми різносторонніми.

- А) $\angle 1$ і $\angle 2$; В) $\angle 1$ і $\angle 3$;
Б) $\angle 4$ і $\angle 3$; Г) $\angle 2$ і $\angle 3$.



- 1.10. На рисунку $AB = BC = CD = 5$ см, $BK \parallel CM \parallel DN$, $AK = 7$ см. Знайдіть довжину відрізка MN .



- А) 5 см; Б) 8 см; В) 6 см; Г) 7 см.
- 1.11. Довжина кола дорівнює 6л см. Знайдіть його радіус.
 А) 3 см; Б) 6 см; В) $\frac{3}{\pi}$ см; Г) $\frac{6}{\pi}$ см.
- 1.12. Знайдіть площу ромба, периметр якого дорівнює $16\sqrt{2}$ см, а один з кутів 135° .
 А) $8\sqrt{2}$ см²; Б) $16\sqrt{2}$ см²; В) 16 см²; Г) 8 см².

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Спростіть вираз $\frac{x-3}{xy-x^2} - \frac{3-y}{xy-y^2}$.
- 2.2. Один з коренів рівняння $x^2 + px - 6 = 0$ дорівнює 1,5. Знайдіть p і другий корінь рівняння.
- 2.3. У сплаві 60 % міді, а решта 200 г становить олово. Яка маса сплаву?
- 2.4. У $\triangle ABC$ $\angle C = 90^\circ$, $AC = 8$ см, $\sin A = \frac{3}{5}$. Знайдіть довжину гіпотенузи трикутника.

ВАРІАНТ 4

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Знайдіть різницю $5 - 3\frac{2}{9}$.

- А) $2\frac{2}{9}$; Б) $1\frac{7}{9}$; В) $\frac{7}{9}$; Г) $2\frac{7}{9}$.

1.2. Серед наведених записів укажіть правильну пропорцію.

- А) $25 : 20 = 10 : 2$; В) $2 : 6 = 3 : 9$;
Б) $18 : 2 = 6 : 3$; Г) $12 : 3 = 27 : 9$.

1.3. Знайдіть значення функції $y = -2x + 8$, що відповідає значенню аргументу 3.

- А) 2; Б) 2,5; В) -2; Г) -2,5.

1.4. Подайте у вигляді квадрата двочлена вираз $9a^2 - 6ab + b^2$.

- А) $(3a + b)^2$; Б) $(9a + b)^2$; В) $(3a - b)(3a + b)$; Г) $(3a - b)^2$.

1.5. Серед наведених чисел укажіть ірраціональне число.

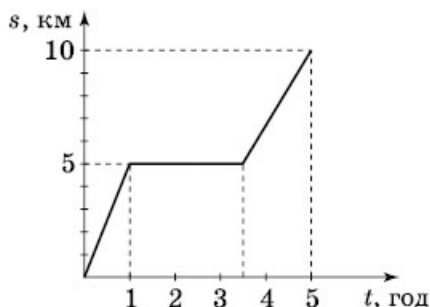
- А) $-\sqrt{25}$; Б) $\sqrt{40}$; В) $\sqrt{0,04}$; Г) $\sqrt{\frac{16}{49}}$.

1.6. Знайдіть значення виразу $3^0 + 3^{-4} \cdot (3^{-2})^{-3} - (0,5)^{-2}$.

- А) 5; Б) 14; В) 6; Г) 10,25.

1.7. На рисунку зображено графік руху туриста. Скільки часу тривав привал?

- А) 1 год; В) 2,5 год;
Б) 3,5 год; Г) 5 год.



1.8. Розв'яжіть нерівність $x^2 \leq 49$.

- А) $(-\infty; 7]$; Б) $(-\infty; 7] \cup [7; +\infty)$; В) $(-\infty; -7]$; Г) $[-7; 7]$.

- 1.9. У трикутнику ABC $\angle C = 43^\circ$, $\angle B = 100^\circ$. Знайдіть градусну міру зовнішнього кута при вершині A .
 А) 37° ; Б) 143° ; В) 100° ; Г) 137° .
- 1.10. У прямокутному трикутнику один з катетів 4 см, а косинус прилеглого кута 0,8. Знайдіть гіпотенузу.
 А) 3 см; Б) 5 см; В) 6 см; Г) 7 см.
- 1.11. Знайдіть відстань від точки $M(-2; -3)$ до осі ординат.
 А) -3 ; Б) 2; В) -2 ; Г) 3.
- 1.12. Яка градусна міра дуги кола, радіус якого становить 6 см, а довжина дуги дорівнює π см?
 А) 30° ; Б) 45° ; В) 15° ; Г) 60° .

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Спростіть вираз $\left(\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1}\right) : \frac{4x^2+4}{x^2-2x+1}$.

2.2. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} \frac{x+8}{4} < 2, \\ 4 - \frac{5+5x}{3} > 1 - \frac{1-x}{2}. \end{cases}$

2.3. Знайдіть найбільше значення функції $y = -2x^2 + 8x - 5$.

2.4. Модуль вектора $\vec{a}(p+1; -3)$ дорівнює 5. Знайдіть p .

ВАРІАНТ 5

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Знайдіть 25 % від числа 500.

- А) 12,5; Б) 375; В) 125; Г) 37,5.

1.2. Спростіть вираз $2(-1,5x + 3) - 3(1,3 - x)$.

- А) $-6x + 2,1$; Б) $3,1$; В) $-6x - 2,1$; Г) $2,1$.

1.3. Яке з поданих рівнянь має розв'язок $(2; -1)$?

- А) $x - y = -3$; Б) $x + y = 1$; В) $2x - y = 3$; Г) $x + 2y = 4$.

1.4. Укажіть рівняння, яке рівносильне рівнянню $3 - 5x = 18$.

- А) $-7x - 4 = 3$; В) $-6x + 5 = 23$;
Б) $2x - 7 = 11$; Г) $-6x - 5 = 22$.

1.5. Знайдіть корені квадратного рівняння $x^2 + 8x + 7 = 0$.

- А) -7 і -1 ; Б) 1 і 7 ; В) -1 і 7 ; Г) -7 і 1 .

1.6. Виконайте додавання $\frac{2a+b}{a^2-b^2} + \frac{1}{a+b}$.

- А) $\frac{3a+2b}{a^2-b^2}$; Б) $\frac{2a^2}{a^2-b^2}$; В) $\frac{2a+b}{a^2-b^2}$; Г) $\frac{3a}{a^2-b^2}$.

1.7. Знайдіть різницю арифметичної прогресії $8; 3; -2; -7; \dots$

- А) 5; Б) -5; В) 8; Г) 3.

1.8. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} 5 + x \leq 2, \\ x - 6 < 2x. \end{cases}$

- А) $(-6; -3)$; Б) $(-\infty; -2)$; В) $(-6; -3]$; Г) $(-\infty; -6)$.

1.9. У якій точці розміщено центр кола, вписаного в трикутник?

- А) у точці перетину бісектрис трикутника;
Б) у точці перетину висот трикутника;
В) у точці перетину серединних перпендикулярів до сторін трикутника;
Г) у точці перетину медіан трикутника.

- 1.10. Знайдіть довжину хорди, що проведена в колі радіуса 15 см на відстані 12 см від центра кола.
 А) 9 см; Б) 18 см; В) 10 см; Г) 20 см.
- 1.11. Укажіть координати вектора \vec{m} , протилежного до вектора $\vec{n}(-7; 5)$.
 А) $(-7; -5)$; Б) $(5; -7)$; В) $(7; 5)$; Г) $(7; -5)$.
- 1.12. У $\triangle KMN$ $\angle K = 80^\circ$, $\angle N = 40^\circ$, $KN = 6$ см. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника.
 А) $\frac{3}{\sin 40^\circ}$ см; Б) $2\sqrt{3}$ см; В) $6\sqrt{3}$ см; Г) $\frac{3}{\sin 80^\circ}$ см.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Спростіть вираз $(4a^4b^{-3})^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2}a^{-2}b^5\right)^{-2}$.
- 2.2. Звільніться від ірраціональності у знаменнику дробу $\frac{4}{\sqrt{13} - \sqrt{5}}$.
- 2.3. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} 2x^2 - 5x - 18 \leq 0, \\ -4x + 8 > 0. \end{cases}$
- 2.4. Знайдіть довжину медіани AM трикутника ABC , якщо $A(5; -1)$, $B(-4; 3)$, $C(6; 1)$.

ВАРІАНТ 6

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Знайдіть значення виразу $432 \cdot 48 - 38 \cdot 432$.

- А) 8 941 536; Б) 3420; В) 37 152; Г) 4320.

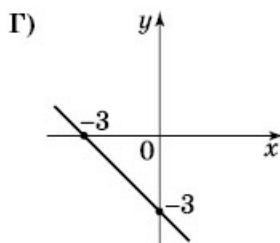
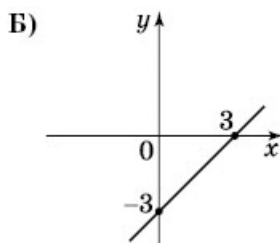
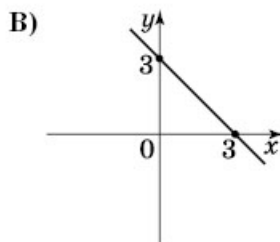
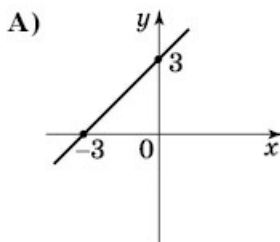
1.2. Яке число є дільником числа 12?

- А) 24; Б) 48; В) 6; Г) 7.

1.3. Яке з рівнянь не має коренів?

- А) $-5x = 7$; Б) $0 \cdot x = 10$; В) $0 \cdot x = 0$; Г) $3 \cdot x = 0$.

1.4. На якому з рисунків зображено графік рівняння $x + y = 3$?



1.5. Знайдіть різницю дробів $\frac{7}{x}$ і $\frac{5}{y}$.

- А) $\frac{7y - 5x}{x - y}$; Б) $\frac{2}{xy}$; В) $\frac{2}{x - y}$; Г) $\frac{7y - 5x}{xy}$.

1.6. При яких x значеннях тричлена $-2x^2 + 3x - 1$ дорівнює нулю?

- А) $1; \frac{1}{2}$; Б) $-1; -\frac{1}{2}$; В) $2; 1$; Г) $-1; 2$.

- 1.7. Оцініть значення виразу $x + 3$, якщо $2 < x < 7$.
- А) $2 < x + 3 < 7$; В) $5 < x + 3 < 10$;
 Б) $2 > x + 3 > 7$; Г) $5 < x < 10$.
- 1.8. Знайдіть порядковий номер члена a_n арифметичної прогресії, якщо $a_1 = 5$, $d = 3$, $a_n = 29$.
- А) 8; Б) 9; В) 7; Г) 10.
- 1.9. Промінь OM проходить між сторонами $\angle AOB = 56^\circ$ так, що $\angle AOM$ на 18° менший від $\angle MOB$. Знайдіть градусну міру $\angle AOM$ і $\angle MOB$.
- А) 10° і 46° ; Б) 19° і 37° ; В) 47° і 29° ; Г) 12° і 44° .
- 1.10. Який з чотирикутників завжди має рівні діагоналі?
- А) паралелограм; В) ромб;
 Б) прямокутник; Г) трапеція.
- 1.11. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника ABC , якщо $AB = 3\sqrt{2}$ см, $\angle C = 45^\circ$.
- А) 3 см; Б) 6 см; В) $\sqrt{6}$ см; Г) $3\sqrt{2}$ см.
- 1.12. Знайдіть довжину вектора \overline{AB} , якщо $A(3; -1)$, $B(3; -4)$.
- А) $\sqrt{61}$; Б) 3; В) $\sqrt{5}$; Г) $\sqrt{11}$.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Розв'яжіть рівняння $\frac{12}{\sqrt{3x+1}} = 6$.
- 2.2. При якому значенні b віссю симетрії параболи, що є графіком функції $y = 2x^2 + bx - 7$, є пряма $x = -2$?
- 2.3. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} y^2 - xy = 2, \\ 2y^2 + 3xy = 14. \end{cases}$
- 2.4. У прямокутній трапеції менша основа та менша бічна сторона дорівнюють 8 см, а більша бічна сторона – 10 см. Знайдіть площу трапеції.

ВАРІАНТ 7

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Порівняйте величини 24 хв і $\frac{3}{10}$ год.

А) $24 \text{ хв} > \frac{3}{10} \text{ год}$; В) $24 \text{ хв} < \frac{3}{10} \text{ год}$;

Б) $24 \text{ хв} \leq \frac{3}{10} \text{ год}$; Г) $24 \text{ хв} = \frac{3}{10} \text{ год}$.

1.2. Знайдіть суму $5\frac{5}{6} + 1\frac{1}{8}$.

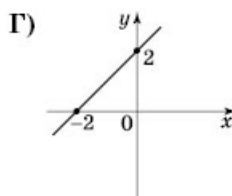
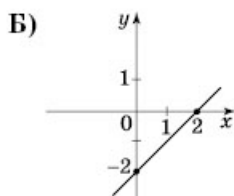
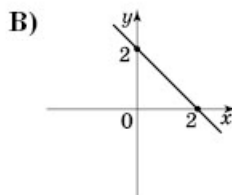
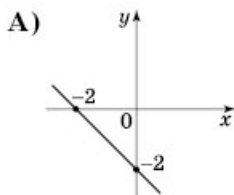
А) $6\frac{6}{14}$; Б) $6\frac{6}{48}$; В) $6\frac{23}{24}$; Г) $6\frac{13}{24}$.

1.3. Який з виразів є многочленом стандартного вигляду?

А) $(2a - 4)^2$; В) $8a^4 - 5a^2 + a^2$;

Б) $3x^2 \cdot 2 + 7x$; Г) $7x^2 - 3xy - 4$.

1.4. На якому з рисунків зображено графік функції $y = x - 2$?



1.5. Виконайте множення $\frac{5m^6}{6} \cdot \frac{3}{m^2}$.

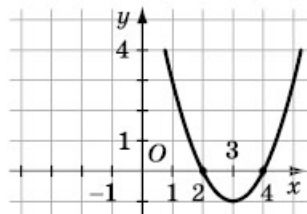
А) $\frac{5}{2m^4}$; Б) $\frac{5m^3}{2}$; В) $\frac{5m^4}{2}$; Г) $\frac{5}{2m^3}$.

1.6. Внесіть множник під знак кореня $-3a\sqrt{3a}$.

А) $-\sqrt{9a^2}$; Б) $-\sqrt{27a^3}$; В) $\sqrt{27a^2}$; Г) $\sqrt{27a^3}$.

- 1.7. На рисунку зображено графік функції $y = x^2 - 6x + 8$. Укажіть проміжок спадання функції.

А) $[2; 4]$; В) $(-\infty; 4]$;
 Б) $[3; +\infty)$; Г) $(-\infty; 3]$.



- 1.8. Вкладник поклав до банку 1500 грн.

Під який відсоток річних покладено гроші, якщо через рік на рахунок вкладника було 1725 грн.?

А) 115 %; Б) 85 %; В) 15 %; Г) 25 %.

- 1.9. Яка градусна міра кута, якщо суміжний з ним кут дорівнює 110° ?

А) 10° ; Б) 110° ; В) 70° ; Г) 90° .

- 1.10. Знайдіть середню лінію рівнобічної трапеції, якщо її бічна сторона дорівнює 6 см, а периметр – 48 см.

А) 36 см; Б) 18 см; В) 16 см; Г) 19 см.

- 1.11. У трапеції діагоналі дорівнюють 8 см і $5\sqrt{3}$ см, а кут між ними – 30° . Знайдіть площу трапеції.

А) $20\sqrt{3}$ см²; Б) 60 см²; В) 30 см²; Г) $10\sqrt{3}$ см².

- 1.12. Знайдіть координати точки перетину прямих $y - x = 2$ та $x + y = 4$.

А) (1; 3); Б) (3; 1); В) (-1; 3); Г) (-3; -1).

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Розв'яжіть рівняння $\frac{2}{x-5} - \frac{4}{x+5} = \frac{x^2+15}{x^2-25}$.

- 2.2. Побудуйте графіки функцій $y = \sqrt{x}$ і $y = 2 - x$. У бланк відповідей запишіть значення x , при яких значення функції $y = \sqrt{x}$ менше за значення функції $y = 2 - x$.

- 2.3. Знайдіть знаменник геометричної прогресії (b_n), у якій $b_4 = 36$, $b_6 = 4$.

- 2.4. Один з катетів прямокутного трикутника дорівнює 12 см, а інший – на 8 см менший за гіпотенузу. Знайдіть периметр трикутника.

ВАРІАНТ 8

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Знайдіть корінь рівняння $84 - 3x = 12$.

- А) 32; Б) 288; В) 24; Г) 216.

1.2. Виконайте ділення $\frac{4}{7} : \frac{1}{14}$.

- А) $\frac{1}{8}$; Б) 8; В) $\frac{2}{49}$; Г) $\frac{4}{49}$.

1.3. Запишіть вираз $a^2 - 8ab + 16b^2$ у вигляді квадрата двочлена.

- А) $(a - 4b)^2$; В) $(a + 4b)^2$;
Б) $(a^2 - 16b^2)^2$; Г) $(a - 4b)(a + 4b)$.

1.4. Спростіть вираз $xy(2x - 3y) - 3y(x^2 - xy)$.

- А) $5x^2y$; Б) $-x^2y - 6xy^2$; В) $-x^2y + 6xy^2$; Г) $-x^2y$.

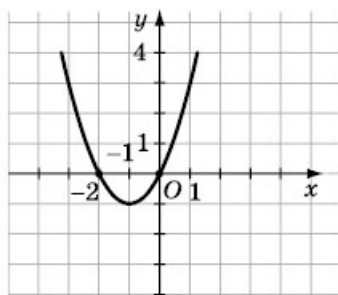
1.5. Яка з рівностей є правильною при всіх допустимих значеннях x ?

- А) $x^3 \cdot x^{-3} = x$; Б) $x^5 : x^6 = x$; В) $(x^{-2})^{-3} = x^6$; Г) $(x^{-2})^4 = x^8$.

1.6. Виконайте множення $\frac{2x - 8}{x + 2} \cdot \frac{3x + 6}{x^2 - 16}$.

- А) $\frac{2(x - 4)}{x + 4}$; Б) $6(x + 4)$; В) $\frac{6}{x - 4}$; Г) $\frac{6}{x + 4}$.

1.7. На рисунку зображено графік функції $y = x^2 + 2x$. Знайдіть множину розв'язків нерівності $x^2 + 2x \leq 0$.

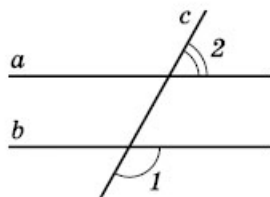


- А) $(-2; 0)$; Б) $[-2; 0]$; В) $[-1; 0]$; Г) $(-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$.

1.8. Знайдіть нулі функції $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

- А) 1; -1; Б) 1; В) -1; Г) 0.

- 1.9. На рисунку зображено паралельні прямі a і b , які перетинає січна c . Користуючись рисунком, знайдіть $\angle 1$, якщо $\angle 2 = 50^\circ$.



- А) 50° ; Б) 140° ; В) 40° ; Г) 130° .

- 1.10. Знайдіть міру вписаного кута, який спирається на дугу, що становить $\frac{1}{6}$ кола.

- А) 60° ; Б) 15° ; В) 30° ; Г) 120° .

- 1.11. Радіус кола дорівнює $2\sqrt{3}$ см. Знайдіть сторону правильного трикутника, описаного навколо цього кола.

- А) 12 см; Б) 6 см; В) $6\sqrt{3}$ см; Г) $3\sqrt{3}$ см.

- 1.12. У рівнобедреному трикутнику основа дорівнює 12 см, а бічна сторона – 10 см. Знайдіть площу трикутника.

- А) 96 см^2 ; Б) 48 см^2 ; В) 60 см^2 ; Г) 120 см^2 .

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Скоротіть дріб $\frac{12 - 6a + 3a^2}{a^3 + 8}$.

2.2. Розкладіть на множники квадратний тричлен $-\frac{1}{3}x^2 - x + 6$.

- 2.3. З натуральних чисел від 1 до 24 учень навмання називає одне. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 24?

- 2.4. У паралелограмі $ABCD$ бісектриса кута A ділить сторону BC на відрізки $BK = 3$ см, $KC = 2$ см. Знайдіть периметр паралелограма.

ВАРІАНТ 9

Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Яку частину години становить 17 хв?

- А) $\frac{1}{17}$ год; Б) $\frac{17}{100}$ год; В) $\frac{17}{60}$ год; Г) $\frac{17}{360}$ год.

1.2. Відстань між містами на карті 6,4 см. Знайдіть відстань між цими містами на місцевості, якщо масштаб карти 1 : 2 000 000.

- А) 12,8 км; Б) 32 км; В) 128 км; Г) 3,2 км.

1.3. Укажіть функцію, яка не є лінійною функцією.

- А) $y = 5$; Б) $y = 5 + \frac{1}{x}$; В) $y = -5x$; Г) $y = 5x + 1$.

1.4. Подайте добуток $(3x - 2)(9x^2 + 6x + 4)$ у вигляді многочлена.

- А) $(3x - 2)^3$; В) $27x^3 - 12x + 8$;
Б) $27x^3 - 6x + 8$; Г) $27x^3 - 8$.

1.5. Обчисліть значення виразу $-\sqrt{16} + \sqrt{81} - \sqrt{121}$.

- А) 2; Б) 6; В) $-\sqrt{56}$; Г) -6.

1.6. Спростіть вираз $0,25a^5b^4 \cdot 0,4a^{-9}b^{-3}$.

- А) $a^{-4}b$; Б) $0,1a^{-4}b$; В) $0,1a^{4b-1}$; Г) $0,1a^{-14}b^7$.

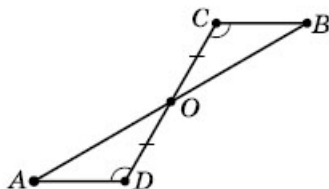
1.7. Яку суму отримає на рахунок вкладник через рік, якщо він поклав до банку 5000 грн. під 15 % річних?

- А) 5750 грн.; Б) 5015 грн.; В) 5075 грн.; Г) 750 грн.

1.8. Розв'яжіть нерівність $(x - 5)(x + 3) \geq 0$.

- А) $[-3; 5]$; Б) $(-\infty; -3] \cup [5; +\infty)$; В) $[5; +\infty)$; Г) $(-\infty; -3]$.

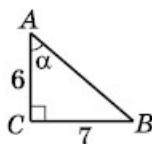
1.9. За якими елементами рівні трикутники DOA і COB (див. рис.), якщо $\angle ADO = \angle BCO$ і $DO = OC$?



- А) за трьома сторонами;
 Б) за стороною і двома прилеглими кутами;
 В) визначити неможливо;
 Г) за двома сторонами і кутом між ними.

1.10. У прямокутному трикутнику з кутом α та катетами 6 см і 7 см знайдіть $\cos \alpha$ (див. рис.).

- А) $\frac{7}{13}$; Б) $\frac{7}{\sqrt{85}}$; В) $\frac{6}{13}$; Г) $\frac{6}{\sqrt{85}}$.



1.11. Запишіть рівняння кола з центром у точці $O(-2; 1)$ та радіусом, що дорівнює 4.

- А) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$; В) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 16$;
 Б) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$; Г) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 16$.

1.12. Знайдіть площу кругового сектора радіуса 5 см, центральний кут якого дорівнює 72° .

- А) 10π см²; Б) 20π см²; В) π см²; Г) 5π см².

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Спростіть вираз $\left(\frac{x - 2y}{x^2 + 2xy} - \frac{x + 2y}{x^2 - 2xy} \right) : \frac{4y^2}{4y^2 - x^2}$.

2.2. Знайдіть найбільше ціле значення x , при якому різниця дробів $\frac{16 - 3x}{3}$ і $\frac{3x + 7}{4}$ є додатною.

2.3. Знайдіть область значень функції $y = 3x^2 - 6x + 1$.

2.4. У рівнобічній трапеції бічна сторона дорівнює меншій основі, а діагональ утворює з цією основою кут 30° . Знайдіть міру гострого кута трапеції.

ВАРІАНТ 10

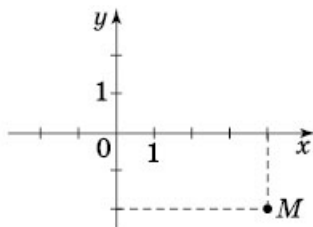
Частина перша

Завдання 1.1–1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1.1. Обчисліть $48,5 \cdot 0,1 + 48 : 1,6$.

- А) 515; Б) 34,85; В) 7,85; Г) 351,875.

1.2. Користуючись рисунком, запишіть координати точки M .



- А) $(-2; 4)$; Б) $(4; 2)$; В) $(-4; -2)$; Г) $(4; -2)$.

1.3. Укажіть пару чисел, яка є розв'язком рівняння $x - y = 7$.

- А) $(6; 1)$; Б) $(1; 6)$; В) $(6; -1)$; Г) $(-1; -6)$.

1.4. Яке з рівнянь рівносильне рівнянню $-10x - 7 = 13$?

- А) $-5 + 7x = 1$; В) $-4x - 2 = -11$;
Б) $-2x + 5 = 9$; Г) $3x - 9 = 10$.

1.5. Знайдіть корені квадратного рівняння $-x^2 + 5x - 6 = 0$.

- А) $-2; -3$; Б) $2; 3$; В) $-6; 1$; Г) $-1; 6$.

1.6. Виконайте додавання $\frac{15}{x^2 - 5x} + \frac{3}{x}$.

- А) $\frac{18}{x^2 - 4x}$; Б) $\frac{3x}{x - 5}$; В) $\frac{3}{x - 5}$; Г) $\frac{18}{x^2 - 5x}$.

1.7. Дано геометричну прогресію (b_n) . Знайдіть b_4 , якщо $b_1 = -32$, $q = -\frac{1}{2}$.

- А) -4 ; Б) 4 ; В) -2 ; Г) 2 .

1.8. Довжина сторони рівностороннього трикутника дорівнює a дм. Оцініть значення його периметра P , якщо $4 < a < 7$.

- А) $8 < P < 14$; В) $16 < P < 49$;
Б) $16 < P < 28$; Г) $12 < P < 21$.

- 1.9. Яке взаємне розміщення двох кіл з радіусами 5 см і 10 см, якщо відстань між їхніми центрами дорівнює 20 см?
 А) не мають спільних точок; В) збігаються;
 Б) перетинаються у двох точках; Г) дотикаються.
- 1.10. З точки M до прямої a проведено перпендикуляр MN і похилу MK . Знайдіть довжину проекції NK , якщо $MN = 12$ см, $MK = 13$ см.
 А) 1 см; Б) 5 см; В) 25 см; Г) 6 см.
- 1.11. Обчисліть скалярний добуток векторів $\vec{a}(6; -5)$ і $\vec{b}(3; 4)$.
 А) 38; Б) 2; В) -2; Г) $\sqrt{2}$.
- 1.12. У $\triangle ABC$ знайдіть міру кута B , якщо $AB = \sqrt{3}$ см, $AC = \sqrt{2}$ см, $\angle C = 60^\circ$.
 А) 75° ; Б) 45° ; В) 135° ; Г) 65° .

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1–2.4. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Обчисліть значення виразу $\frac{27^{-3} \cdot 3^{-10}}{81^{-5}}$.
- 2.2. Спростіть вираз $3a^2 \sqrt{\frac{4}{9} a^2 b^4}$, якщо $a < 0$.
- 2.3. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{\sqrt{2-x-x^2}}{x}$.
- 2.4. Сторони трикутника відносяться як 6 : 7 : 8. Знайдіть периметр подібного йому трикутника, середня за довжиною сторона якого дорівнює 21 см.